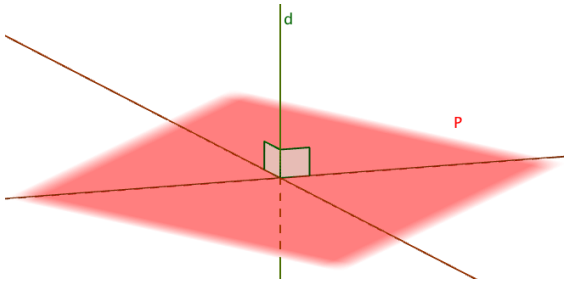
2) Orthogonalité d'une droite et d'un plan

Propriété

Une droite *d* est orthogonale à un plan *P* si elle est orthogonale à deux droites sécantes de *P*.

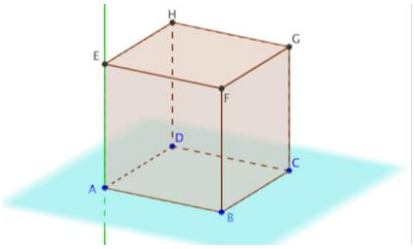


Propriété

Si une droite *d* est orthogonale à un plan *P* alors elle est orthogonale à toutes les droites de *P*.

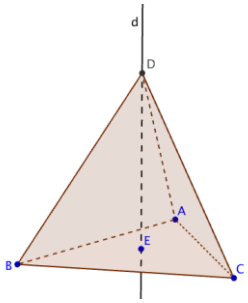
Démonstrations (exigible BAC) : Ces deux propriétés seront démontrées avec les outils vectoriels dans le chapitre "*Produit scalaire dans l'espace*".

Exemple :
ABCDEFGH est un cube.
(AE) est perpendiculaire aux droites (AD) et (AB).
(AB) et (AD) sont sécantes et définissent le plan (ABC).
Donc (AE) est orthogonal au plan (ABC).



☑*Savoir-faire : Démontrer que des droites sont orthogonales:*

ABC est un triangle équilatéral. E est le point d'intersection de ses médianes.
La droite *d* passant par E est orthogonale au plan (ABC).
La pyramide ABCD est telle que D soit un point de la droite *d*.
Démontrer que les droites (BD) et (AC) sont orthogonales.



La droite *d* est orthogonale au plan (ABC).
Comme la droite (AC) appartient au plan (ABC), la droite (AC) est orthogonale à la droite *d*.
Par ailleurs, la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BE) car dans un triangle équilatéral, les médianes et les hauteurs sont confondues.
Ainsi, (AC) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (BED) : (BE) et *d*. Donc (AC) est orthogonale au plan (BED).
La droite (BD) appartient au plan (BED) donc la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (BD).

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....