

## EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

Tous les résultats demandés dans cet exercice seront arrondis au millième.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Un fournisseur produit deux sortes de cadenas. Les uns sont *premier prix*, et les autres sont *haut de gamme*. Un magasin de bricolage dispose d'un stock de cadenas provenant de ce fournisseur ; ce stock comprend un grand nombre de cadenas de chaque type.

## Partie A

- Le fournisseur affirme que, parmi les cadenas *haut de gamme*, il n'y a pas plus de 3 % de cadenas défectueux dans sa production. Le responsable du magasin de bricolage désire vérifier la validité de cette affirmation dans son stock ; à cet effet, il prélève un échantillon aléatoire de 500 cadenas *haut de gamme*, et en trouve 19 qui sont défectueux.

Ce contrôle remet-il en cause le fait que le stock ne comprenne pas plus de 3 % de cadenas défectueux ?

On pourra pour cela utiliser un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

- Le responsable du magasin souhaite estimer la proportion de cadenas défectueux dans son stock de cadenas *premier prix*. Pour cela il prélève un échantillon aléatoire de 500 cadenas *premier prix*, parmi lesquels 39 se révèlent défectueux.

Donner un intervalle de confiance de cette proportion au niveau de confiance 95 %.

## Partie B

D'après une étude statistique faite sur plusieurs mois, on admet que le nombre  $X$  de cadenas *premier prix* vendus par mois dans le magasin de bricolage peut être modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne  $\mu = 750$  et d'écart-type  $\sigma = 25$ .

- Calculer  $P(725 \leq X \leq 775)$ .
- Le responsable du magasin veut connaître le nombre  $n$  de cadenas *premier prix* qu'il doit avoir en stock en début de mois, pour que la probabilité d'être en rupture de stock en cours de mois soit inférieure à 0,05. *On ne réalimente pas le stock en cours de mois.*

Déterminer la plus petite valeur de l'entier  $n$  remplissant cette condition.

## Partie C

On admet maintenant que, dans le magasin :

- 80 % des cadenas proposés à la vente sont *premier prix*, les autres *haut de gamme*;
- 3 % des cadenas *haut de gamme* sont défectueux;
- 7 % des cadenas sont défectueux.

On prélève au hasard un cadenas dans le magasin. On note :

- $p$  la probabilité qu'un cadenas *premier prix* soit défectueux;
- $H$  l'évènement : « le cadenas prélevé est *haut de gamme* »;
- $D$  l'évènement : « le cadenas prélevé est défectueux ».

- Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
- Exprimer en fonction de  $p$  la probabilité  $P(D)$ . En déduire la valeur du réel  $p$ . Le résultat obtenu est-il cohérent avec celui de la question A - 2. ?
- Le cadenas prélevé est en bon état. Déterminer la probabilité que ce soit un cadenas *haut de gamme*.\*