Baccalauréat S Polynésie 12 juin 2015

EXERCICE 2 — 4 points

Commun à tous les candidats

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$. À tout point M d'affixe z du plan, on associe le point M' d'affixe z' définie par :

$$z' = z^2 + 4z + 3.$$

1. Un point M est dit invariant lorsqu'il est confondu avec le point M' associé. Démontrer qu'il existe deux points invariants. Donner l'affixe de chacun de ces points sous forme algébrique, puis sous forme exponentielle.
2. Soit A le point d'affixe $\dfrac{-3-i\sqrt{3}}{2}$ et B le point d'affixe $\dfrac{-3+i\sqrt{3}}{2}$. Montrer que OAB est un triangle équilatéral.
3. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M d'affixe $z = x + iy$ où x et y sont réels, tels que le point M' associé soit sur l'axe des réels.
4. Dans le plan complexe, représenter les points A et B ainsi que l'ensemble $\mathcal{E}$.*