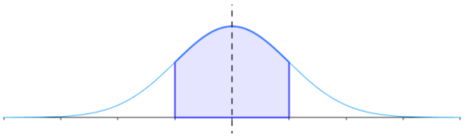
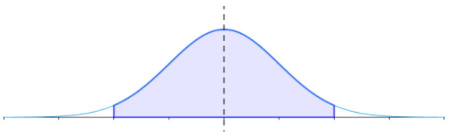
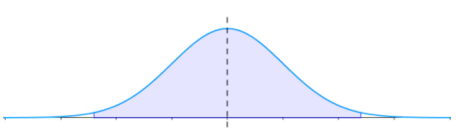
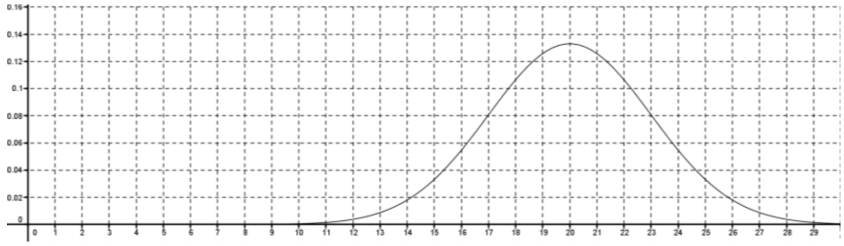
A savoir : Si X est une variable aléatoire qui suit loi normale $N(\mu\,;\,\sigma^2)$. Alors

♦ $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0{,}683$ ♦ $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0{,}954$ ♦ $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0{,}997$

☑Savoir-faire : Savoir déterminer les bornes d'un intervalle:

Soit X une variable aléatoire continue qui suit la loi normale d'espérance 20 et d'écart-type 3. Déterminer a et b tels que $P(a \leq X \leq b) \approx 0{,}954$.



……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

……………………………………………………………

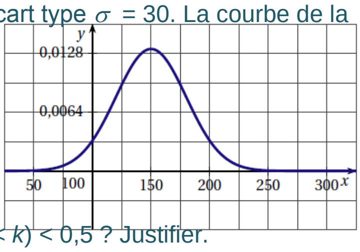
☑ Polynésie 7 juin 2013.

EXERCICE 4 Commun à tous les candidats **4 points**

On s'intéresse à une espèce de poissons présente dans deux zones différentes (zone 1 et zone 2) de la planète.

A. Étude de la zone 1

On note *X* la variable aléatoire qui à chaque poisson observé dans la zone 1 associe sa taille en cm. Une étude statistique sur ces poissons de la zone 1 a montré que la variable aléatoire *X* suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type $\sigma = 30$. La courbe de la densité de probabilité associée à *X* est représentée ci-contre.



1. Par lecture graphique, donner la valeur de μ.

2. On pêche un de ces poissons dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2}, d'avoir un poisson dont la taille est comprise entre 150 cm et 210 cm.

3. Un poisson de cette espèce de la zone 1 est considéré comme adulte quand il mesure plus de 120 cm. On pêche un poisson de l'espèce considérée dans la zone 1. Donner la probabilité, arrondie à 10^{-2}, de pêcher un poisson adulte.

4. On considère un nombre *k* strictement plus grand que la valeur moyenne μ. Est-il vrai que $P(X < k) < 0{,}5$? Justifier.

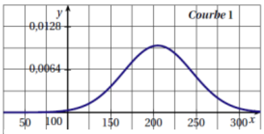
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

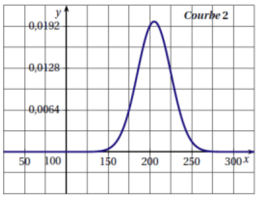


B. Étude de la zone 2

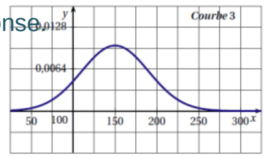
1. Certains poissons de la zone 2 sont atteints d'une maladie. On prélève de façon aléatoire un échantillon de 50 poissons dans la zone 2 et on constate que 15 poissons sont malades.

a. Calculer la fréquence *f* de poissons malades dans l'échantillon.

b. Déterminer un intervalle de confiance, au niveau de 95%, de la proportion *p* de poissons malades dans toute la zone 2. On arrondira les bornes au millième.



2. Soit *Y* la variable aléatoire qui, à chaque poisson de l'espèce considérée de la zone 2, associe sa taille en cm. On admet que la variable aléatoire *Y* suit la loi normale de moyenne $\mu' = 205$ et d'écart type $\sigma = 40$. En comparant avec le graphique de la zone 1 donné à la question 1 qui représente une loi normale d'écart type $\sigma = 30$, dire laquelle des trois courbes ci-contre représente la densité de probabilité de la variable aléatoire *Y* . Justifier la réponse.



……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

III. De la loi binomiale à la loi normale.