

Suites arithmétiques.

I. Définition d'une suite arithmétique.

On considère la suite (u_n) où la différence entre un terme et son précédent reste constante et égale à 3. Si le premier terme est égal à 2, les premiers termes successifs sont : $u_0 = \dots$; $u_1 = \dots = \dots$; $u_2 = \dots = \dots$; $u_3 = \dots = \dots$. De façon plus générale, pour tout nombre entier n , on a $u_{n+1} = \dots$. On dit que la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison $\dots$ et de premier terme $\dots$.

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est une suite arithmétique s'il existe un nombre r tel que, pour tout n , $u_{n+1} = \dots$. Le nombre r est appelé la raison de la suite (u_n) .

☒ Savoir faire : Savoir démontrer qu'une suite est arithmétique :

1) La suite (u_n) définie par : $u_n = 2n - 3$ est-elle arithmétique ?

.....

.....

.....

2) La suite (u_n) définie par : $u_n = n^2 + 2$ est-elle arithmétique ?

.....

.....

.....

Définition

Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 alors , pour tout n , $u_n = u_0 + n r$.

Démonstration :

La suite arithmétique (u_n) de raison r et de premier terme u_0 vérifie la relation
En calculant les premiers termes :

.....

.....

.....

Exemple : On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2.

.....

.....

☒ Savoir faire : Savoir déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique :

1) Soit (u_n) la suite arithmétique tel que $u_3 = 5$ et $u_7 = 13$. Détermine sa raison et son premier terme.

.....

.....

2) Calcule u_{100} .

.....

II. Sens de variations d'une suite arithmétique.

On considère la suite (u_n) définie par : pour tout nombre entier n , $u_n = 2n - 3$. Etudions ses variations.

.....

Propriété

Si (u_n) est une suite arithmétique de raison r , alors :

- ♦ Si $r > 0$ alors la suite (u_n) est croissante.
- ♦ Si $r < 0$ alors la suite (u_n) est décroissante.