Baccalauréat S Liban 27 mai 2014

EXERCICE 4 — 5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite de nombres complexes (z_n) définie par $z_0 = \sqrt{3} - \mathrm{i}$ et pour tout entier naturel n :

$$z_{n+1} = (1+\mathrm{i})z_n.$$

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = |z_n|$.

1. Calculer u_0.
2. Démontrer que (u_n) est la suite géométrique de raison $\sqrt{2}$ et de premier terme 2.
3. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (u_n).
5. Étant donné un réel positif p, on souhaite déterminer, à l'aide d'un algorithme, la plus petite valeur de l'entier naturel n telle que $u_n > p$.
   Recopier l'algorithme ci-dessous et le compléter par les instructions de traitement et de sortie, de façon à afficher la valeur cherchée de l'entier n.

Variables	:	u est un réel
		p est un réel
		n est un entier
Initialisation	:	Affecter à n la valeur 0
		Affecter à u la valeur 2
Entrée	:	Demander la valeur de p
Traitement	:	
Sortie	:	

Partie B

1. Déterminer la forme algébrique de z_1.
2. Déterminer la forme exponentielle de z_0 et de $1+\mathrm{i}$.
   En déduire la forme exponentielle de z_1.
3. Déduire des questions précédentes la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$