

Propriété

Soit une matrice d'adjacence  $A$  associée à un graphe  $G$  non orienté d'ordre  $n$  dont les sommets sont numérotés de 1 à  $n$ . Le nombre de chaîne de longueur  $k$  reliant le sommet  $i$  au sommet  $j$  est égal au terme  $a_{ij}$  de la matrice  $A^k$ .

Exemple :

.....

.....

.....

.....

Définition

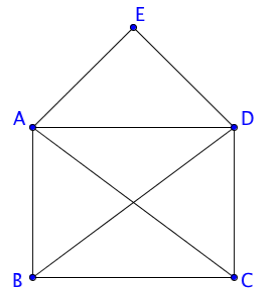
- ◆ Une **chaîne eulérienne** d'un graphe  $G$  est une chaîne qui contient une fois et une seule toutes les arêtes du graphe  $G$ .
- ◆ Un **cycle eulérien** est une chaîne eulérienne fermée.

Exemple :

.....

.....

.....



Théorème d'Euler

Soit  $G$  un graphe connexe.

- ◆  $G$  admet un cycle eulérien si, et seulement si, tous les sommets de  $G$  sont de degré pair.
- ◆  $G$  admet une chaîne eulérienne si, et seulement si, deux sommets de  $G$  exactement sont de degré impair. Dans ce cas, la chaîne est d'extrémité ces deux sommets.

BAC ES – Asie – Juin 2003.

**EXERCICE 2 (Enseignement de Spécialité) 5 points**

Dans la ville de GRAPHE, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier différents lieux ouverts au public, à savoir la mairie (M), le centre commercial (C), la bibliothèque (B), la piscine (P) et le lycée (L). Chacun de ces lieux est désigné par son initiale. Le tableau ci-dessous donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		X		X	X
C	X		X	X	
L		X		X	
M	X	X	X		X
P	X			X	

- Dessiner un graphe représentant cette situation.
- Montrer qu'il est possible de trouver un trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan. Justifier.
- Proposer un tel trajet.
- Est-il possible d'avoir un trajet partant et arrivant du même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....