Nombres complexes : Part1.

I. L'ensemble C.

Définition

Il existe un ensemble de nombres, noté $\mathbb{C}$, appelé ensemble des nombres complexes tel que :

☺ $\mathbb{C}$ contient $\mathbb{R}$.

☺ Il existe dans $\mathbb{C}$ un nombre i tel que $i^2 = -1$.

☺ Tout élément z de $\mathbb{C}$ s'écrit de manière unique sous la forme $z = a+bi$ avec a et b réels.

Exemples : $z_1 = 3+4i$; $z_2 = -2-i$; $z_3 = i$; $z_4 = -3$ sont des nombres complexes.

....

Vocabulaire :

☺ L'écriture $z=a+bi$ d'un nombre complexe est appelée la forme algébrique de z.

☺ Le nombre a s'appelle la partie réelle du nombre complexe z et on le note $a = Re(z)$.

☺ Le nombre b s'appelle la partie imaginaire du nombre complexe z et on le note $b = Im(z)$.

Exemples : $z = -2i-3$

....

Remarque :

Si $b=0$ alors on dit que z est un nombre réel.

Si $a=0$ alors on dit que z est un nombre imaginaire pur.

Propriété

☺ On prolonge les opérations des nombres réels pour les nombres complexes.

☺ Les opérations dans $\mathbb{C}$ qui suivent les mêmes règles de calcul que dans $\mathbb{R}$.

☑ *Savoir-faire : Savoir effectuer des calculs sur les nombres complexes.*
Calculer et exprimer le résultat sous la forme algébrique.

$z_1 = 3-5i-(3i-4)$ $\quad z_2 = (3-2i)(-1+5i)$ $\quad z_3 = (2-3i)^2$ $\quad z_4 = (2i)^{13}$ $\quad z_5 = \dfrac{1}{4-2i}$ $\quad z_6 = \dfrac{1+i}{2-i}$

....

....

....

....

....

....

....

Propriété

a) Deux nombres complexes sont égaux, si et seulement si, ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.

b) Un nombre complexe est nul, si et seulement si, sa partie réelle et sa partie imaginaire sont nulles.

Démonstration : Conséquence immédiate de l'unicité de la forme algébrique.

Exemple d'application : Déterminons le nombre complexe z vérifiant $2z-5=4i+z$ .On a donc :

....

....