

II. Conjugué d'un nombre complexe.

Définition

Soit un nombre complexe $z = a+bi$.

On appelle nombre complexe conjugué de z , le nombre $\bar{z} = a-ib$.

Exemples :

Propriété

Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes et n entier naturel non nul.

$$\odot \bar{\bar{z}}_1 = z_1 \quad \odot \overline{(z_1 + z_2)} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 \quad \odot \overline{(z_1 \times z_2)} = \bar{z}_1 \times \bar{z}_2 \quad \odot \overline{(z_1)^n} = \bar{z}_1^n \quad \odot \text{si } z_2 \neq 0, \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$$

Démonstrations :

Application : si z_0 est solution d'une équation à coefficient réel alors $\bar{z}_0$ aussi.

z_0 est solution de (E): $az^2 + bz + c = 0$, avec a, b, c réel, alors $az_0^2 + bz_0 + c = 0$ donc $a\bar{z}_0^2 + b\bar{z}_0 + c = 0$ donc $\bar{z}_0$ est aussi solution de (E).

Propriété

♣ $z = \bar{z} \Leftrightarrow z$ est un nombre réel

♣ $z = -\bar{z} \Leftrightarrow z$ est un nombre imaginaire.

Démonstration :

Propriété

Soit $z = a + bi$ un nombre complexe alors $z\bar{z} = a^2 + b^2$.

Démonstration :

III. Module d'un nombre complexe.

Définition

Soit un nombre complexe $z = a + bi$.

On appelle module de z , le nombre réel positif, $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Exemples :