



Bac Blanc n°1

MATHEMATIQUES

Série ES/L

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

L'usage de la calculatrice est autorisé selon les termes de la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Nature de l'épreuve : écrite

Durée de l'épreuve : 3 heures

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 sur 4 à 4 sur 4, plus une annexe à remettre.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice I : QCM. (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Le prix d'un article subit une première augmentation de 20 % puis une seconde augmentation de 30 %. Le prix de l'article a augmenté globalement de :

a. 25 %

b. 50 %

c. 56 %

2) Soient A et B deux événements tels que $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,1$; alors

a. $p(A \cup B) = 0,4$

b. $p(A \cup B) = 0,5$

c. $p(A \cup B) = 0,6$

3) Dans un magasin, un bac contient des cahiers soldés. On sait que 50% des cahiers ont une reliure spirale et que 75% des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40% ont une reliure spirale.

Adèle choisit au hasard un cahier à reliure spirale. La probabilité qu'il soit à grands carreaux est :

Réponse A : 0,3

Réponse C : 0,6

Réponse B : 0,5

Réponse D : 0,75

Dans les questions 4 et 5, on suppose que dans ce magasin, un autre bac contient une grande quantité de stylos-feutres en promotion. On sait que 25% de ces stylos-feutres sont verts. Albert prélève au hasard et de manière indépendante 3 stylos-feutres.

4) La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne au moins un stylo-feutre vert est égale à :

Réponse A : 0,250

Réponse C : 0,578

Réponse B : 0,422

Réponse D : 0,984

5) La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne exactement 2 stylos-feutres verts est égale à :

Réponse A : 0,047

Réponse C : 0,141

Réponse B : 0,063

Réponse D : 0,500

6) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x+1}{e^x - 1}$. La fonction f est définie sur :

a. $]-\infty ; +\infty[$

b. $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$

c. $]-1 ; +\infty[$

7) Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :

a. $y = x + 1$

b. $y = ex$

c. $y = e^x$

8) Une primitive F de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x}$ est définie par :

a. $F(x) = \frac{1}{2} e^{-2x}$

b. $F(x) = -\frac{1}{2} e^{-2x}$

c. $F(x) = -2e^{-2x}$

Exercice II : Suites. (5 points)

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.

En 2013, il y avait 40 mille abonnés à cette revue. Depuis cette date, on a remarqué que chaque année 85 % des abonnés renouvellent leur abonnement et 12 mille nouvelles personnes souscrivent un abonnement. On note a_n le nombre d'adhérents en milliers pour l'année 2013+n. On a donc $a_0 = 40$.

Partie A.

- 1) Justifier que pour tout entier naturel n , on a $a_{n+1} = 0,85 a_n + 12$ pour tout entier naturel n .
- 2) Déterminer le nombre d'abonnés en 2015.
- 3) On considère l'algorithme suivant :

Variables : n et S sont des entiers naturels
 A est un réel.
Entrée : Demander à l'utilisateur la valeur de S
Initialisation : Affecter à n la valeur 0
Affecter à A la valeur 40
Traitement : Tant que $A < S$:
Affecter à n la valeur $n+1$
Affecter à A la valeur $0,85 \times A + 12$
Fin Tant que
Sortie : Afficher n

Lorsque l'utilisateur entre la valeur $S = 70$, l'affichage en sortie est $n = 9$. Interpréter ce résultat.

Partie B.

- 1) On considère la suite (u_n) définie par $u_n = a_n - 80$ pour tout entier naturel n .
 - a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Exprimer u_n en fonction de n .
- 2) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $a_n = 80 - 40 \times 0,85^n$.
- 3) Déterminer le nombre d'abonnés en 2018.
- 4) Déterminer la limite de la suite a_n .

Partie C.

- 1) Le directeur de cette revue peut-il envisager de la diffuser à 100 mille exemplaires ?
- 2) Déterminer en expliquant la méthode utilisée, à partir de qu'elle année le directeur de cette revue peut-il envisager de la diffuser à 75 mille exemplaires.

Exercice III : Probabilités (5 points)

Un restaurateur propose trois formules à midi.

Formule A : Plat du jour/Dessert/Café

Formule B : Entrée/Plat du jour/Dessert/Café

Formule C : Entrée/Plat du jour/Fromage/Dessert/Café

Lorsqu'un client se présente au restaurant pour le repas de midi, il doit choisir une des trois formules proposées et commander ou non du vin.

Le restaurateur a constaté qu'un client sur cinq choisit la formule A, tandis qu'un client sur deux choisit la formule B. On sait aussi que :

— Parmi les clients qui choisissent la formule A, une personne sur quatre commande du vin.

— Parmi les clients qui choisissent la formule B, deux personnes sur cinq commandent du vin.

— Parmi les clients qui choisissent la formule C, deux personnes sur trois commandent du vin.

Un client se présente au restaurant pour le repas du midi. On considère les événements suivants :

A : « Le client choisit la formule A »

B : « Le client choisit la formule B »

C : « Le client choisit la formule C »

V : « Le client commande du vin »

1) Calculer $p(C)$.

2) Reproduire et compléter l'arbre de probabilités donné par la figure 1.

3) Montrer que $p(V) = 0,45$.

4) Le client commande du vin. Calculer la probabilité qu'il ait choisi la formule A.

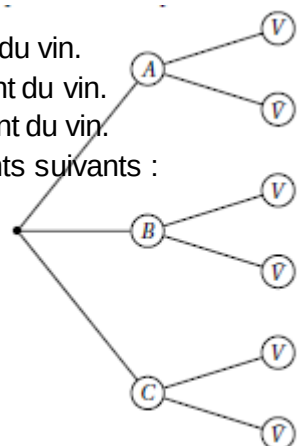


FIGURE 1 –

- 5) La formule A coûte 8 euros, la formule B coûte 12 euros et la formule C coûte 15 euros. Le vin est en supplément et coûte 3 euros. On note D la dépense en euro d'un client venant manger le midi au restaurant.
- Déterminer la loi de probabilité de D .
 - Calculer la dépense moyenne par client en euro.
 - De combien doit il augmenter le vin pour que la dépense moyenne augmente de 5% ?

Exercice IV : Etude de fonction. (6 points)

Partie A.

On a représenté en annexe, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11.

- Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.
- Indiquer si la courbe C semble admettre un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.
- Déterminer un encadrement par deux nombres entiers de $I = \int_4^8 f(x) dx$. (représenter sur l'annexe la surface à considérer.
- Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$. (Préciser un encadrement à l'unité).

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par $f(x) = (5x - 5)e^{-0,2x}$.

- Montrer que $f'(x) = (-x + 6)e^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
- Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 20]$.
 - Dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 20]$. On fera apparaître les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(6)$.
- Justifier que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α sur $[0 ; 6]$. Donner la valeur arrondie au millièmme de α .
- Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (-25x - 100)e^{-0,2x}$ est une primitive de f sur $[0 ; 20]$.
 - Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[4 ; 8]$. Donner sa valeur exacte.

Partie C

Une entreprise fabrique x centaines d'objets où x appartient à $[0 ; 20]$. La fonction f des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en milliers d'euros, en supposant que toute la production est vendue.

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats précédents, et en admettant que l'équation $f(x) = 4$ admet une autre solution β sur $[6 ; 20]$ dont la valeur arrondie au millièmme est 13,903.

- Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 4000 € ? (Arrondir à l'unité).
 - L'entreprise pense produire régulièrement entre 400 et 800 objets.
- Déterminer alors la valeur moyenne du bénéfice. (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).

