



Bac Blanc n°1

MATHEMATIQUES

Série ES

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'usage de la calculatrice est autorisé selon les termes de la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

Nature de l'épreuve : écrite

Durée de l'épreuve : 3 heures

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 sur 4 à 4 sur 4. **Le candidat doit traiter les quatre exercices.**

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice I : QCM. (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Le prix d'un article subit une première augmentation de 20 % puis une seconde augmentation de 30 %. Le prix de l'article a augmenté globalement de :

a. 25 %

b. 50 %

c. 56 %

2) Soient A et B deux événements tels que $p(A) = 0,2$, $p(B) = 0,3$ et $p(A \cap B) = 0,1$; alors

a. $p(A \cup B) = 0,4$

b. $p(A \cup B) = 0,5$

c. $p(A \cup B) = 0,6$

3) Dans un magasin, un bac contient des cahiers soldés. On sait que 50% des cahiers ont une reliure spirale et que 75% des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40% ont une reliure spirale.

Adèle choisit au hasard un cahier à reliure spirale. La probabilité qu'il soit à grands carreaux est :

Réponse A : 0,3

Réponse C : 0,6

Réponse B : 0,5

Réponse D : 0,75

Dans les questions 4 et 5, on suppose que dans ce magasin, un autre bac contient une grande quantité de stylos-feutres en promotion. On sait que 25% de ces stylos-feutres sont verts. Albert prélève au hasard et de manière indépendante 3 stylos-feutres.

4) La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne au moins un stylo-feutre vert est égale à :

Réponse A : 0,250

Réponse C : 0,578

Réponse B : 0,422

Réponse D : 0,984

5) La probabilité, arrondie à 10^{-3} près, qu'il prenne exactement 2 stylos-feutres verts est égale à :

Réponse A : 0,047

Réponse C : 0,141

Réponse B : 0,063

Réponse D : 0,500

6) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x+1}{e^x - 1}$. La fonction f est définie sur :

a. $]-\infty ; +\infty[$

b. $]-\infty ; 0[\cup]0 ; +\infty[$

c. $]-1 ; +\infty[$

7) Une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle au point d'abscisse 0 est :

a. $y = x + 1$

b. $y = ex$

c. $y = e^x$

8) Une primitive F de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x}$ est définie par :

a. $F(x) = \frac{1}{2} e^{-2x}$

b. $F(x) = -\frac{1}{2} e^{-2x}$

c. $F(x) = -2e^{-2x}$

Exercice II : Suites. (5 points)

Une revue spécialisée est diffusée uniquement par abonnement.

En 2013, il y avait 40 mille abonnés à cette revue. Depuis cette date, on a remarqué que chaque année 85 % des abonnés renouvellent leur abonnement et 12 mille nouvelles personnes souscrivent un abonnement. On note a_n le nombre d'adhérents en milliers pour l'année 2015+n. On a donc $a_0 = 40$.

Partie A.

- 1) Justifier que pour tout entier naturel n , on a $a_{n+1} = 0,85 a_n + 12$ pour tout entier naturel n .
- 2) Déterminer le nombre d'abonnés en 2015.
- 3) On considère l'algorithme suivant :

Variables : n et S sont des entiers naturels
 A est un réel.
 Entrée : Demander à l'utilisateur la valeur de S
 Initialisation : Affecter à n la valeur 0
 Affecter à A la valeur 40
 Traitement : Tant que $A < S$:
 Affecter à n la valeur $n+1$
 Affecter à A la valeur $0,85 \times A + 12$
 Fin Tant que
 Sortie : Afficher n

Lorsque l'utilisateur entre la valeur $S = 70$, l'affichage en sortie est $n = 9$. Interpréter ce résultat.

Partie B.

- 1) On considère la suite (u_n) définie par $u_n = a_n - 80$ pour tout entier naturel n .
 - a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b) Exprimer u_n en fonction de n .
- 2) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $a_n = 80 - 40 \times 0,85^n$.
- 3) Déterminer le nombre d'abonnés en 2018.
- 4) Déterminer la limite de la suite a_n .

Partie C.

- 1) Le directeur de cette revue peut-il envisager de la diffuser à 100 mille exemplaires ?
- 2) Déterminer en expliquant la méthode utilisée, à partir de qu'elle année le directeur de cette revue peut-il envisager de la diffuser à 75 mille exemplaires.

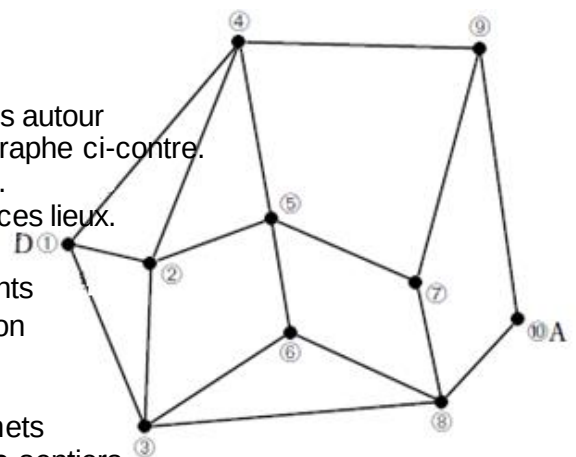
Exercice III : Spécialité (5 points)

Un guide de randonnée en montagne décrit les itinéraires possibles autour d'un pic rocheux. La description des itinéraires est donnée par le graphe ci-contre.

Les sommets de ce graphe correspondent aux lieux remarquables.
 Les arêtes de ce graphe représentent les sentiers possibles entre ces lieux.

Légende :

- | | | | |
|-----------------------|--------------|----------------|-------------------|
| ① Départ | ② Passerelle | ③ Roche percée | ④ Col des 3 vents |
| ⑤ Pic rouge | ⑥ Refuge | ⑦ Col vert | ⑧ Pont Napoléon |
| ⑨ Cascade des anglais | ⑩ Arrivée | | |



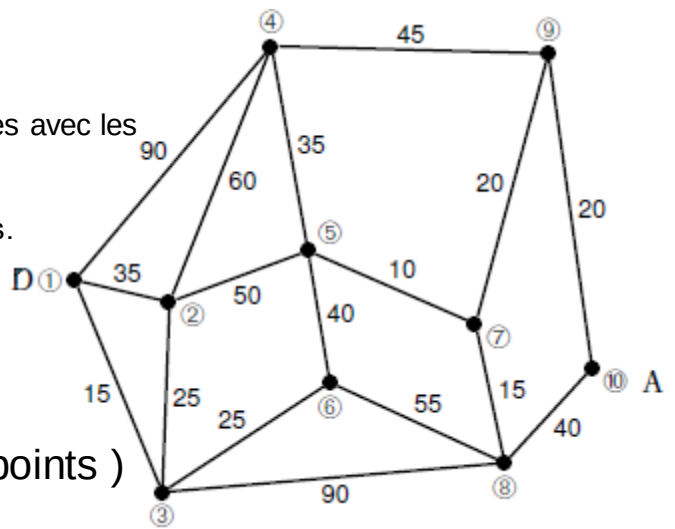
- 1) Donner un itinéraire allant de D à A passant par tous les sommets du graphe une seule fois mais n'empruntant pas forcément tous les sentiers.
- 2) Existe-t-il un itinéraire allant de D à A utilisant tous les sentiers une seule fois ? Justifier votre réponse.
- 3) Donner M la matrice d'adjacence associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l'ordre.
- 4) On donne ci-contre M^5 .
 - a. Que représente le nombre 89 situé sur la deuxième ligne et la quatrième colonne ?
 - b. Déterminer le nombre d'itinéraires allant de D à A empruntant 5 sentiers. Citer un tel itinéraire passant par le pic rouge.

$$M^5 = \begin{pmatrix} 56 & 78 & 75 & 82 & 59 & 57 & 54 & 40 & 26 & 31 \\ 78 & 88 & 95 & 89 & 96 & 57 & 50 & 65 & 48 & 30 \\ 75 & 95 & 68 & 68 & 77 & 68 & 46 & 73 & 52 & 23 \\ 82 & 89 & 68 & 62 & 98 & 49 & 29 & 79 & 67 & 13 \\ 59 & 96 & 77 & 98 & 50 & 82 & 80 & 40 & 24 & 46 \\ 57 & 57 & 68 & 49 & 82 & 36 & 25 & 68 & 49 & 16 \\ 54 & 50 & 46 & 29 & 80 & 25 & 10 & 73 & 60 & 5 \\ 40 & 65 & 73 & 79 & 40 & 68 & 73 & 32 & 14 & 48 \\ 26 & 48 & 52 & 67 & 24 & 49 & 60 & 14 & 6 & 39 \\ 31 & 30 & 23 & 13 & 46 & 16 & 5 & 48 & 39 & 2 \end{pmatrix}$$

4. On a complété ci-contre le graphe décrivant les itinéraires avec les temps de parcours en minutes pour chacun des sentiers.

Déterminer l'itinéraire allant de D    A le plus court en temps.

On fera apparaître la démarche en utilisant un algorithme.



Exercice IV : Etude de fonction. (6 points)

Partie A.

On a représenté en annexe, dans le plan muni d'un repère orthonormal, la courbe représentative C d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 20]$. On a tracé les tangentes à la courbe C aux points A, D et E d'abscisses respectives 0 ; 6 et 11.

- 1) Donner les valeurs exactes de $f(0)$, $f(1)$, $f'(0)$ et $f'(6)$.
- 2) Indiquer si la courbe C semble admettre un point d'inflexion. Si oui, préciser ce point.
- 3) Déterminer un encadrement par deux nombres entiers de $I = \int_4^8 f(x) dx$. (représenter sur l'annexe la surface à considérer.
- 4) Indiquer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 4$. (Préciser un encadrement à l'unité).

Partie B

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 20]$ par $f(x) = (5x - 5)e^{-0,2x}$.

- 1) Montrer que $f'(x) = (-x + 6)e^{-0,2x}$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
- 2) a.   tudier le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 20]$.
b. Dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 20]$. On fera apparaître les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(6)$.
- 3) Justifier que l'équation $f(x) = 4$ admet une unique solution α sur $[0 ; 6]$. Donner la valeur arrondie au millième de α .
- 4) a. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (-25x - 100)e^{-0,2x}$ est une primitive de f sur $[0 ; 20]$.
b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[4 ; 8]$. Donner sa valeur exacte.

Partie C

Une entreprise fabrique x centaines d'objets où x appartient à $[0 ; 20]$. La fonction f des parties A et B modélise le bénéfice de l'entreprise en milliers d'euros, en supposant que toute la production est vendue.

Répondre aux questions suivantes en utilisant les résultats précédents, et en admettant que l'équation $f(x) = 4$ admet une autre solution β sur $[6 ; 20]$ dont la valeur arrondie au millième est 13,903.

1. Quelle doit être la production de l'entreprise pour réaliser un bénéfice d'au moins 4000 à ? (Arrondir à l'unité).
2. L'entreprise pense produire régulièrement entre 400 et 800 objets.
Déterminer alors la valeur moyenne du bénéfice. (On donnera le résultat arrondi à l'euro près).

