Nombres relatifs.

I. Définition.

Définition

Un nombre relatif est composé d'une partie numérique et d'un signe.
On dit que le nombre est positif si son signe est « + ».
On dit que le nombre est négatif si son signe est « - ».

- 13 est un nombre négatif ; + 5,3 est un nombre positif (si il n'y a aucun doute, on écrit seulement 5,3) 0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.

Définition

Deux nombres relatifs sont dits opposés si leur somme est égale à zéro.

Exemple : (+ 5) + (- 5) = 0 donc les nombres (+ 5) et (- 5) sont opposés, on dit aussi l'opposé de (+ 5) est (- 5) ou l'opposé de (- 5) est (+ 5).

L'opposé de (+ 13) est (- 13), l'opposé de (- 17) est (+ 17), l'opposé de 0 est 0 .

☺ Deux nombres opposés ont la même partie numérique mais sont de signes contraires.

☺ Deux nombres opposés sont les abscisses de points symétriques par rapport à l'origine de la droite numérique.

II. Addition de nombres relatifs.

a) Si les nombres ont le même signe.

Exemple : Edgar gagne 3 images puis 5 images, bilan du premier jour : il a gagné 8 images.
Le lendemain il perd 4 images puis il perd 2 images, bilan du lendemain : il a perdu 6 images.

Méthode

Pour ajouter deux nombres relatifs de même signe , il suffit d'ajouter leurs parties numériques et de conserver leur signe commun.

☺ **Exemple 1** : (+ 3) + (+ 5) = (+8)
Les deux nombres sont de même signe , on ajoute leurs parties numériques 3+5=8 et on garde leur signe commun « + ».

☺ **Exemple 2** : (- 2) + (- 4) = (-6)
Les deux nombres sont de signes contraires on ajoute leurs parties numériques 2+4=6 et on garde leur signe commun « - »

b) Si les nombres sont de signe contraire.

Exemple : bilan du premier jour (+8) bilan du lendemain (-6) bilan total il a gagné 2 images

Méthode

Pour ajouter deux nombres relatifs de signes contraires il suffit de mettre le signe du nombre qui a la plus grande partie numérique et de soustraire la plus grande partie numérique moins la plus petite.

☺ **Exemple 1** : (+ 8) + (- 6) = (+2)
Les deux nombres sont de signes contraires, on garde le signe de celui qui a la plus grande partie numérique « + » puis on soustrait leurs parties numériques, la plus grande moins la plus petite 8-6=2

☺ **Exemple 2** : (+ 12) + (- 26) = (-14)
Les deux nombres sont de signes contraires on garde le signe de celui qui a la plus grande partie numérique « - » puis on soustrait leurs parties numériques, la plus grande moins la plus petite 26-12=14.

III. Soustraction de deux nombres relatifs.

On ne sait pas soustraire deux nombres relatifs, heureusement, on sait transformer une soustraction en addition , et comme on sait ajouter deux nombres relatifs, on peut les soustraire.

Propiété (admise)

Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

Traduction en language mathématique

Pour tous nombres a et b: $a - b = a + (-b)$

☺ Exemple 1 :

A = (+ 3) - (+ 5)

Donc A = (+ 3) + (- 5)

Donc A = (- 2)

☺ Exemple 2 :

A = (- 3) - (- 8)

Donc A = (- 3) + (+ 8)

Donc A = (+ 5)

☺ Exemple 3 :

A = (-11) - (+ 15)

Donc A = (-11) + (- 15)

Donc A = (- 26)

IV. Simplification d'écriture .

Convention

Dans une addition de nombres relatifs, on peut ne pas écrire le signe opératoire de l'addition et les parenthèses associées.

☺ Exemples : (+ 13) + (+ 8) = 13 + 8 = 21 ; (+ 13) + (- 22) = 13 – 22 = - 9

Convention

Dans une soustraction de nombres relatifs, on peut ne pas écrire le signe opératoire de la soustraction et les parenthèses associées à condition de changer le signe du nombre entre les parenthèses.

☺ Exemples : (+ 11) – (+ 4) = 11 – 4 = 7 ; (+ 23) – (- 52) = 23 + 52 = 75

Application: - (a + b) = -a-b......... - (a - b) = -a+b......

Savoir-faire

Calcule A = (+2) + (+6) + (-5) - (-6) – [(+7) + (-8)]

Méthode 1 : On enlève les parenthèses.

Donc A = 2 + 6 - 5 + 6 – (-1)

Donc A = 8 - 5 + 6 + 1

Donc A = 3 + 6 + 1

Donc A = 9 + 1

Donc A = 10

On transforme l'écriture donnée en écriture simplifiée.

Puis on calcule étape par étape de gauche à droite.

Méthode 2 : on regroupe par signe.

Donc A = (+2) + (+6) + (-5) + (+6) + (+1)

Donc A = (+2) + (+6) + (-5) + (+6) + (+1)

Donc A = (+2) + (+6) + (+6) + (+1) + (-5)

Donc A = (+15) + (-5) = 10

On transforme toutes les opérations en addition.

En utilisant la commutativité de l'addition, on regroupe les nombres positifs et les nombres négatifs

On ajoute les nombres positifs entre eux, et les négatifs entre eux.

V. Multiplication de nombres relatifs.

a) Règle des signes.

Règle

Le produit de deux nombres de même signe est positif.
Le produit de deux nombres de signes contraires est négatifs.

Savoir-faire

Calcule $A = (-3) \times (-5)$ $B = (-6) \times (+5)$ $C = (+8) \times (-7)$

$A = (-3) \times (-5) = 15$
Les deux nombres sont de même signe, le résultat est positif.

$B = (-6) \times (+5) = -30$
Les deux nombres sont de signes contraires, le résultat est négatif.

$C = (+8) \times (-7) = -56$
Les deux nombres sont de signes contraires, le résultat est négatif.

b) Signe d'un produit de plusieurs facteurs.

Règle

Si dans un produit de plusieurs facteurs :
☺ Il y a un nombre pair de facteurs négatifs alors le produit est positif.
☺ Il y a un nombre impair de facteurs négatifs alors le produit est négatif.

Savoir-faire

Calcule $A = (+3) \times (-5) \times (-2)$ $B = (+3) \times (-5) \times (-2) \times (-2)$ $C = (-3)^2$

$A = (+3) \times (-5) \times (-2)$
Donc $A = +3 \times 5 \times 2$
Donc $A = +30$

Il y a un nombre pair de facteurs négatifs, le produit est positif.

Il y a un nombre impair de facteurs négatifs, le produit est négatif.

$B = (+3) \times (-5) \times (-2) \times (-2)$
Donc $B = -3 \times 5 \times 2 \times 2$
Donc $B = -60$

$C = (-3)^2$
Donc $C = 9$

Un carré de nombres réels est toujours positif.

On réfléchit d'abord au signe du produit, puis on calcule le produit avec les nombres sans signe.

VI. Division de nombres relatifs.

a) Inverse d'un nombre relatif.

Définition

Deux nombres sont dits inverses si leur produit est égal à 1.

Exemple : $(+0{,}25) \times 4 = 1$ donc les nombres $(+0{,}25)$ et 4 sont inverses. L'inverse de (-3) est $\frac{-1}{3}$

Remarques : Le seul nombre qui n'a pas d'inverse est 0. Deux nombres inverses sont de même signe.

b) Division d'un nombre relatif.

Propiété (admises)

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Traduction en language mathématique

Pour tous nombres a et b $a \div b = a \times \frac{1}{b}$

Savoir-faire

Calcule $A = (-10) : (+5)$ $B = (+20) : (-5)$ $C = (-20) : (-10)$

$A = (-10) : (+5)$

Donc $A = -10 \times \frac{1}{5}$

Donc $A = -2$

$B = (+20) : (-5)$

Donc $B = 20 \times \frac{1}{-5}$

Donc $B = -4$

$C = (-20) : (-10)$

Donc $C = -20 \times \frac{1}{-10}$

Donc $C = 2$

VII. Enchainement d'opérations avec des nombres relatifs.

Savoir-faire

Écris chacune de ces expressions avec le moins de signes possible puis calcule.

$A = -22 + (13 - 5) \times (-5)$

$B = (-2) \times (-8) + 2 \times (-20) \div 4$

$C = -28 + (5 - 2) \times (-4)$

$D = 7 \times (-7) + 3 \times (-25) \div (-5)$

$E = -3{,}2 \times (-6) + (-2{,}3 - 7{,}7)$

$F = 150 \div (-1{,}2 - 9 \times 3{,}2)$

$A = -22 + (13-5) \times (-5)$

$A = -22 + 8 \times (-5)$

$A = -22 + (-40)$

$A = -62$

$D = 7 \times (-7) + 3 \times (-25) \div (-5)$

$D = -\cancel{14}\ 49 + (-75) \div (-5)$

$D = \cancel{-14 + 15}\ \ -49 + 15$

$D\ \cancel{= 15 - 14}$

$D = \cancel{1}\ -34$

$B = (-2) \times (-8) + 2 \times (-20) \div 4$

$B = 16 + 2 \times (-5)$

$B = 16 + (-10)$

$B = 16 - 10$

$B = 6$

$E = -3{,}2 \times (-6) + (-2{,}3 - 7{,}7)$

$E = 19{,}2 + (-10)$

$E = 19{,}2 - 10$

$E = 9{,}2$

$C = -28 + (5-2) \times (-4)$

$C = -28 + 3 \times (-4)$

$C = -28 + (-12)$

$C = \cancel{16}\ -40$

$F = 150 \div (-1{,}2 - 9 \times 3{,}2)$

$F = 150 \div (-30)$

$F = -5$