Puissances d'exposant entier relatif.

I. Définition.

a) Avec un exposant positif.

Définition

Pour tout nombre a ; le produit de n facteurs a se note a × a × ....× a = a^n

« a^n » se lit « a puissance n » ou encore « a exposant n »

Savoir-faire

Donne l'écriture décimale de $A = 3^2$; $B = 2^4$; $C = (-5)^3$; $D = (-1)^{353}$; $E = (-1)^{532}$

$A = 3^2 = 3 \times 3 = 9$; $B = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$; $C = (-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$; $D = (-1)^{353} = -1$; $E = (-1)^{532} = 1$

Par convention : $a^1 = a$; $a^0 = 1$

b) Avec un exposant négatif.

Définition

Pour tout nombre a non nul; on note a^{-n} l'inverse du nombre a^n. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Savoir-faire

Donne l'écriture décimale de $A = 2^{-3}$; $B = 5^{-1}$; $C = 10^{-4}$.

$A = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0{,}125$; $B = 5^{-1} = \frac{1}{5^1} = 0{,}2$; $C = 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = 0{,}0001$

II. Les puissances de 10.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$; $10^2 = 10 \times 10 = 100$; $10^1 = 10$; $10^0 = 1$

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$; $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$; $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

sous la forme d'une puissance de 10

On retrouve les colonnes du tableau des nombres décimaux.

milliards	millions	milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
1 000 000 000	1 000 000	1 000	100	10	1	0,1	0,01	0,001	0,0001

Ecriture décimale

3 dixièmes = 3×10^{-1} ; 5 centaines = 5×10^2 ; 10^7 = 10 millions ; $10^{-7} = 0{,}0000001$

III. Opérations sur les puissances.

☺ $5^2 \times 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$ ☺ $(3^2)^3 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^6$ ☺ $\frac{7^5}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 7^2$

Produit	Puissance de puissance	Quotient
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$(a^n)^m = a^{n \times m}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Savoir-faire

Ecris les nombres suivant sous la forme d'une puissance

$A = 3^{10} \times 3^7$; $B = 7^{10} \times 7^{-8}$; $C = (5^{-2})^{-3}$; $D = (9^{-2})^4$; $E = \frac{7^9}{7^4}$; $F = \frac{4^5}{4^{13}}$; $G = \frac{3^5}{3^{-2}}$; $H = \frac{7^{-2}}{7^{-5}}$

$A = 3^{10} \times 3^7 = 3^{(10+7)} = 3^{17}$

$B = 7^{10} \times 7^{-8} = 7^{(10+(-8))} = 7^2$

$C = (5^{-2})^{-3} = 5^{(-2 \times (-3))} = 5^6$

$E = \frac{7^9}{7^4} = 7^{(9-4)} = 7^5$

$F = \frac{4^5}{4^{13}} = 4^{(5-13)} = 4^{-8}$

$G = \frac{3^5}{3^{-2}} = 3^{(5-(-2))} = 3^7$

$H = \frac{7^{-2}}{7^{-5}} = 7^{(-2-(-5))} = 7^3$

$D = (9^{-2})^4$

Formules avec deux nombres et un exposant.		
$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ si $b \neq 0$	$(a+b)^n \neq a^n + b^n$

Exemples :

☺ $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$ ☺ $2^3 \times 5^3 = 10^3 = 1000$ ☺ $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

IV. Notation scientifique d'un nombre décimal.

Définition

On appelle **écriture scientifique** d'un nombre décimal son écriture sous la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$

Savoir-faire

❖ Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

- $300 = 3 \times 10^2$
- $0{,}0005 = 5 \times 10^{-4}$
- $12\,300 = 1{,}23 \times 10^4$
- $0{,}000\,075 = 7{,}5 \times 10^{-5}$
- $0{,}000\,000\,007\,001 = 7{,}001 \times 10^{-9}$
- $0{,}007\,5 \times 10^{-5} = 7{,}5 \times 10^{-3} \times 10^{-5} = 7{,}5 \times 10^{-8}$

❖ Donne l'écriture décimale des nombres suivants :

- $32{,}5 \times 10^4 = 325\,000$
- $17{,}3 \times 10^{-3} = 0{,}0173$
- $0{,}0071 \times 10^2 = 0{,}71$
- $0{,}015 \times 10^{-2} = 0{,}00015$
- $5 \times 10^2 + 32 \times 10^{-1} = 503{,}2$
- $-10^2 - 10^{-2} = -100 - 0{,}01 = 100{,}01$

Savoir-faire

Donne l'écriture scientifique du nombre suivant $A = \frac{60 \times 10^9 \times 7 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3}$

$$A = \frac{60 \times 10^9 \times 7 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3}$$

Donc $A = \frac{60 \times 7}{5} \times \frac{10^9 \times 10^{-4}}{10^3}$

Il n'y a que des multiplications donc on peut regrouper les facteurs

Donc $A = \frac{420}{5} \times \frac{10^{9-4}}{10^3}$

Calculent les quotients

Donc $A = \frac{420}{5} \times \frac{10^5}{10^3}$

Donc $A = \frac{420}{5} \times 10^{5-3}$

Donc $A = 84 \times 10^2 = 8\,400$

Écriture décimale

Donc $A = 8{,}4 \times 10^3$

Écriture scientifique

V. Préfixes particuliers.

10^1 : déca ; 10^3 : kilo ; 10^6 : méga ; 10^9 : giga ; 10^{12} : téra

10^{-1} : déci ; 10^{-3} : milli ; 10^{-6} : micro ; 10^{-9} : nano ; 10^{-12} : pico