# Calcul littéral.

## I. Introduction.

Souvent en mathématiques, pour écrire une formule ou pour simplifier un problème on a besoin d'utiliser des lettres plutôt que des nombres, on dit alors qu'on écrit une ..~~expression~~ littérale..........................

**Exemple :** un savant a créé une machine qui transforme les nombres, « si on entre un nombre, elle le multiplie par 3 puis elle ajoute 5 », on traduit cette phrase par « si on rentre un nombre a, elle calcule $3 \times a + 5$......»

Un nombre est représenté par une ..lettre minuscule..............................

Convention d'écriture : Pour ne pas qu'il y ait de confusion entre la lettre $x$ et le symbole $\times$, dans une expression littérale on évite autant que possible d'écrire le symbole $\times$ .

**Exemple :** $3 \times a + 5 = 3a + 5$ ; $a \times b = ab$ ; $a \times 3 \times b = 3ab$ ; $2 \times 3 \times \pi = 6\pi$

☺ Addition de deux nombres.

La somme de deux nombres a et b se note $\boxed{a+b}$.

$\boxed{a+a}$ s'appelle le double du nombre a et se note $\boxed{a + a = 2 \times a = 2a}$ .

$\boxed{a+a+a}$ s'appelle le triple du nombre a et se note $\boxed{a + a + a = 3 \times a = 3a}$ .

☺ Soustraction de deux nombres.

**Définition**

Deux nombres sont dit opposé lorsque leurs somme est égale à 0..................................

..............................................................................................................

L'opposé du nombre a se note $-a$. Il vérifie $\boxed{a + (-a) = 0}$ et $\boxed{-a = -1 \times a}$ .

**Remarque :** Deux nombres opposés sont de signe contraire.........

Pour tout nombre $x$, on a : . Si $x$ est positif alors $-x$ est négatif....

. Si $x$ est négatif alors $-x$ est positif........ ( si $x = (-3)$ alors $-x = 3$ )

La différence de deux nombres a et b se note $\boxed{a-b}$.

**Propriété**

Soustraire un nombre revient à ajouter ~~son~~ opposé.................................................

$a - b = a + (-b)$.......................................................................................

☺ Le produit de deux nombres a et b se note $\boxed{ab}$.

$\boxed{a \times a}$ s'appelle le carré...... du nombre a et se note $\boxed{a \times a = a^2}$ .

$\boxed{a \times a \times a}$ s'appelle le cube....... du nombre a et se note $\boxed{a \times a \times a = a^3}$ .

☺ Division de deux nombres.

**Définition**

Deux nombres sont dit inverse lorsque leur produit est égale à 1................................

..............................................................................................................

L'inverse d'un nombre a non nul se note $\frac{1}{a}$. Il vérifie $\boxed{\frac{1}{a} \times a = 1}$ et $\boxed{1 : a = \frac{1}{a}}$ .

**Remarque :** Deux nombres inverses sont de même signe.............................

Le quotient de deux nombres a et b se note $\boxed{\frac{a}{b}}$. C'est le nombre qui vérifie $\boxed{\frac{a}{b} \times b = a}$

**Propriété**

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse

**Traduction en language mathématique**

$a \div b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

## II. Remplacer une lettre par une valeur.

Pour remplacer une lettre par une valeur, dans une expression littérale, il suffit changer la lettre par la valeur en pensant à remettre les symboles multiplier qui avait été simplifié

☺ **Exemple 1 :** $A = 3a + 5$

Calcule $A$ si $a = 4$.

$A = 3 \times 4 + 5$
$= 17$

☺ **Exemple 2 :** $B = x^2 + 3x - 1$

Calcule $B$ si $x = 5$.

$B = 5^2 + 3 \times 5 - 1$
$= 39$

Comme la valeur de l'expression littérale dépend de la valeur de la variable, on écrit $A(a)$

Attention cette notation n'est pas au programme, mais elle permet d'écrire plus simplement : « calcule la valeur de l'expression A lorsque $x = 4$ » s'écrit « calcule $A(4)$ »

## III. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

### a) La simple distributivité.

On calcule de deux façons l'aire du rectangle ACDF.

- En utilisant les deux petits rectangles

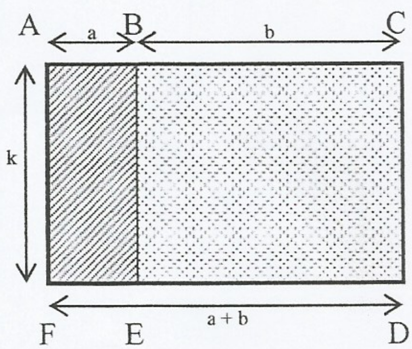
$\mathcal{A}_{ACDF} = \mathcal{A}_{ABEF} + \mathcal{A}_{BCDE} = AB \times AF + BC \times AF = a \times k + b \times k$

- Directement :

$\mathcal{A}_{ACDF} = AC \times AF = k \times a+b$

On vient de montrer que pour tous nombres positifs k, a et b.

$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$




**Propriété (admise)**

Pour tout nombre k, a et b $k \times (a+b) = k \times a + k \times b$

**Savoir-faire**

☺ $A(a) = 3 \times (a + 5)$ ☺ $B(x) = 3(x + 4)$ ☺ $C(x) = 4x(2x - 4)$

$A(a) = 3 \times (a + 5)$
Donc $A(a) = 3 \times a + 3 \times 5$
Donc $A(a) = 3a + 15$

$B(x) = 3(x + 4)$
Donc $B(x) = 3 \times x + 3 \times 4$
Donc $B(x) = 3x + 12$

$C(x) = 4x(2x - 4)$
Donc $C(x) = 4x \times 2x - 4x \times 4$
Donc $C(x) = 8x^2 - 16x$

## b) La double distributivité.

On calcule de deux façons l'aire du rectangle ACIG.

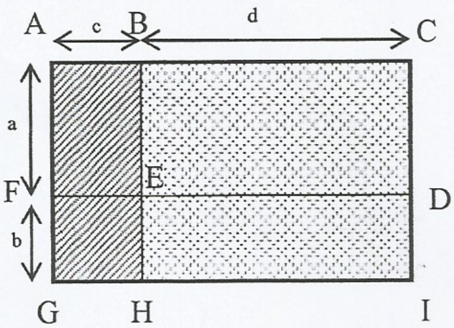
- En utilisant les quatre petits rectangles

$\mathcal{A}_{ACIG} = \mathcal{A}_{ABEF} + \mathcal{A}_{BCDE} + \mathcal{A}_{FEHG} + \mathcal{A}_{EDIH}$
$= AF \times AB + CD \times BC + FG \times AB + DI \times ED$
$= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

- Directement : $\mathcal{A}_{ACDF} = AG \times AC = (a+b) \times (c+d)$

On vient de montrer que pour tous nombres positifs a, b, c et d.

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$




**Propriété ( admise )**

Pour tout nombre a, b, c et d. $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

**Savoir-faire**

Développe les expressions suivantes

☺ $A(x) = (2x+3)(4x+5)$ ☺ $B(x) = (x-3)(2x-5)$ ☺ $C(x) = -2(3x-1)(2x+4)$

$A(x) = (2x+3)(4x+5)$
Donc $A(x) = 2x \times 4x + 2x \times 5 + 3 \times 4x + 3 \times 5$
Donc $A(x) = 8x^2 + 10x + 12x + 15$
Donc $A(x) = 8x^2 + 22x + 15$

$B(x) = (x-3)(2x-5)$
Donc $B(x) = 2x^2 - 5x - 6x + 15$
Donc $B(x) = 2x^2 - 11 + 15$
Donc $B(x) =$ ……………………

$C(x) = -2(3x-1)(2x+4)$
Donc $C(x) = -2(6x^2 + 12x - 2x - 4)$
Donc $C(x) = -2(6x^2 + 10x - 4)$
Donc $C(x) = -12x^2 - 20x + 8$

## c) Egalités remarquables.

**Propriété**

Pour tous nombres a et b ……………………………………

**Exemples :**

$A(x) = (2x+3)^2$
Donc $A(x) =$ ……………………
Donc $A(x) =$ ……………………
Donc $A(x) =$ ……………………

$B(x) = (4x+5)^2$
Donc $B(x) =$ ……………………
Donc $B(x) =$ ……………………
Donc $B(x) =$ ……………………

$C(x) = 25x^2 + 30x + 9.$
Donc $C(x) =$ ……………………
Donc $C(x) =$ ……………………
Donc $C(x) =$ ……………………

**Propriété**

Pour tous nombres a et b ……………………………………

**Exemples :**

$A(x) = (2x-3)^2$
Donc $A(x) =$ ……………………
Donc $A(x) =$ ……………………
Donc $A(x) =$ ……………………

$B(x) = (3x-4)^2$
Donc $B(x) =$ ……………………
Donc $B(x) =$ ……………………
Donc $B(x) =$ ……………………

$C(x) = x^2 - 2x + 1.$
Donc $C(x) =$ ……………………
Donc $C(x) =$ ……………………
Donc $C(x) =$ ……………………

**Propriété**

Pour tous nombres a et b ……………………………………

**Exemples :**

$A(x) = (3x-4)(3x+4)$
Donc $A(x) =$ ……………………
Donc $A(x) =$ ……………………

$B(x) = 9x^2 - 25$
Donc $B(x) =$ ……………………
Donc $B(x) =$ ……………………

$C(x) = (2x-3)^2 - (3x+5)^2$
Donc $C(x) =$ ……………………
Donc $C(x) =$ ……………………
Donc $C(x) =$ ……………………

## IV. Réduire une expression littérale.

☺ Exemple : 5❀ + 3✿ - 2❀ + 8✿ = 3❀ + 11✿

**Définition**

Réduire une expression littérale signifie compter les différentes quantités

**Savoir-faire**

Réduire les expressions suivantes

☺ $A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$ ☺ $B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$ ☺ $C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

$A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$

Donc $A(a) = 7a + 4$

$B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$

Donc $B(x) = 6x^2 + 5x + 15$

$C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

Donc $C(x) = -3x^2 + 6x - 2$

## V. Développer et factoriser.

### a) Produits et sommes.

Parmi les expressions suivantes, souligne en rouge les produit et en vert les sommes.

$A(a) = a + 5$ ; $B(y) = 3y$ ; $C(t) = 3(t + 5)$ ; $D(x) = 3x + 5$ ; $E(x) = (x + 2)(x - 1)$ ;

$F(x) = (x + 2) - (x - 1)$ ; $H(x) = (x + 2)^2$ ; $I(x) = 3x^2 + 2x - 4$ ; $J(x) = 4(x^2 + 2x) - 1$

### b) Développer.

**Définition**

Développer une expression littérale signifie l'écrire sous la forme d'une somme

☺ **Exemple 1 :**

$A(x) = 3(2x - 5) - 6(4x + 2)$

Donc $A(x) = 6x - 15 - 24x - 12$

Donc $A(x) = -18x - 27$

☺ **Exemple 2 :**

$B(x) = 3x(2x - 1) - 5(4x - 2)$

Donc $B(x) = 6x^2 - 3x - 20x + 10$

Donc $B(x) = 6x^2 - 23x + 10$

☺ **Exemple 3 :**

$C(x) = 3(2x - 5)(4x + 2)$

Donc $C(x) = 3(8x^2 + 4x - 20x - 10)$

Donc $C(x) = 3(8x^2 - 16x - 10)$

Donc $C(x) = 24x^2 - 48x - 30$

☺ **Exemple 4 :**

$D(x) = 2(2x - 1)(x + 2) - 3(x - 2)(x - 1)$

Donc $D(x) = 4x^2 + 8x - 2x - 4 - 3x^2 + 3x + 6x - 6$

Donc $D(x) = 4x^2 - 3x^2 + 8x - 2x + 3x + 6x - 4 - 6$

Donc $D(x) = x^2 + 15x - 10$

### c) Factoriser.

**Définition**

Factoriser une expression littérale signifie l'écrire ~~les différentes~~ sous la forme d'un produit

☺ **Exemple 1 :**

$A(x) = 5x + 15$

Donc $A(x) = 5 \times x + 5 \times 3$

Donc $A(x) = 5(x + 3)$

on utilise la simple distributivité

$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

☺ **Exemple 2 :**

$B(x) = 3(x + 1)(2x - 1) + 2(x + 1)(5x + 4)$

Donc $B(x) = (x+1)[3(2x-1) + 2(5x+4)]$

Donc $B(x) = (x+1)(6x - 3 + 10x + 8)$

Donc $B(x) = (x+1)(16x+5)$