Proportionnalité.

I. Proportionnalité.

a) Situation de proportionnalité.

Exemple : Dans une recette de gâteau, il faut 150g de farine pour 6 personnes. Donc pour 2 personnes, il faut 50 de farine, pour 8 personnes, il faut 200 de farine, pour 1 personne il faut 25 150 : 6 = 25 ; 50 : 2 = 25 ; 200 : 8 = 25 ; 25 : 1 = 25

Le quotient entre la cantité de farine et le nombre de personnes est toujours 25

On dit que la quantité de farine et le nombre de personne sont deux valeurs proportionnelle

Définition

Deux valeurs sont dites proportionnelle lorsque si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un nombre. Ce nombre s'appelle le coefficient de proportionnalité

Dans l'exemple, le coefficient de proportionnalité pour passer du nombre de personnes à la quantité de farine est 25

- ☺ La longueur d'un côté d'un carré et son périmètre sont deux valeurs oui, 4
- ☺ L'âge et la taille sont deux valeurs non
- ☺ le périmètre et l'air d'une figure non
- ☺

b) Tableau de proportionnalité.

Dans un tableau de nombres à deux lignes, on reconnait une **situation de proportionnalité** lorsque les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par **un même nombre**, le

×25 | ÷25

Nombre de personnes	6	2	8	1	10	20	18
Quantité de farine	150	50	200	25	250	500	450

On passe de la première ligne à la deuxième en multipliant et de la deuxième à la première en divisant

☺ Pour 10 personnes il faut 10 fois plus de farine que pour une personne, donc il faut 250 g de farine.

☺ 500g de farine correspond à la quantité nécessaire pour 20 personnes.

Remarque : 500 = 2 × 250 250 g correspond à 10 personnes, donc 500 g correspond à 2 × 10 = 20 personnes.

☺ 450g de farine correspond à la quantité nécessaire pour 18 personnes.

Remarque : 450 = 200 + 250 correspond à 8 + 10 = 18 personnes.

450 = 2 × 200 + 50 correspond à 2 × 8 + 2 = 18 personnes.

450 = 500 - 50 correspond à 20 - 2 = 18 personnes.

Savoir-faire

1. 2 m² de carrelage coûte 40 €. Le prix est proportionnel à la quantité achetée. Quel est le prix de 50 m² ?
2. Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Durée de location d'un jet ski	3	7,5
Prix du forfait en €	35	87,5

1)

2	40
50	x

$x = 50 \times 20 = 1000$ €

2)

3	7,5
35	x

$3x = 7,5 \times 35$

$x = \frac{7,5 \times 35}{3}$

$x = 87,5$

c) Calculer une quatrième proportionnelle.

Propriété des produits en croix

Dans un tableau de proportionnalité

a	c
b	d

on a l'égalité : $a \times d$ = $b \times c$

Démonstration : ....

Savoir-faire

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

5	8
3	4,8

$5 \times 4,8 = 24$

$3 \times 8 = 24$

Donc c'est un tableau de proportionalité

Savoir-faire

2,5 kg de pommes coûtent 3 €. Combien coûtent 1,8 kg ?

$3 \times 1,8$

$\frac{3 \times 1,8}{2,5} = \frac{3 \times 18}{25} = \frac{54}{25} = \frac{216}{100} = 2,16$

II. Echelles.

On utilise **une échelle** lorsque l'on veut reproduire un dessin en l'agrandissant, ou, au contraire en le réduisant. Toutes les dimensions de la reproduction sont alors proportionnelle à celles de l'original qui ont été multipliées par **le coefficient de proportionnalité** que l'on appelle, dans ce cas, **l'échelle de la reproduction**. Cette échelle est habituellement exprimée par une fraction dont l'un des termes est 1.

Une échelle de 1/1 000 (on dit 1 pour 1 000 ou 1 millième) signifie que les distances sur la reproduction sont 1000 fois plus petits que les distances réelles. 1 centimètre sur la carte correspond à 1000 cm dans la réalité.

Une échelle de 5/1 (5 pour 1) signifie que les distances sur la reproduction sont 5 fois plus grande

Savoir-faire

A quelle distance réelle correspond une longueur mesurée de 8,3 cm sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1000}$?

8 300

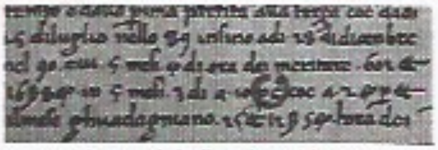
La distance réel est donc de 8 300 cm égal 83 m

Savoir-faire

Un bateau de 25m correspond à une longueur de 10cm sur son modèle réduit. Quelle est l'échelle de réduction ?

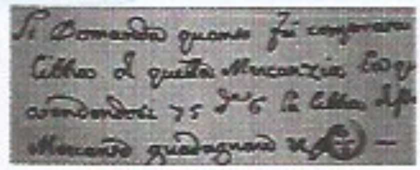
1cm correspond à 2,5 m qui est égal à 250 cm

donc l'échelle est $\frac{1}{250}$



Manuscrit italien de 1490 :

III. Pourcentages.



Manuscrit italien de 1684 :

a) Utiliser un pourcentage.

70% des enfants aiment les mathématiques cela veut dire que : sur 100 enfants, il y en a 70 qui aiment les mathématiques

Si 70% des enfants aiment les mathématiques : sur un groupe de 30 enfants, combien d'entre eux devraient aimer les maths ?

☺ Avec un tableau de proportionnalité :

100	30
70	x

$100 \times x = 30 \times 70$

$x = \frac{30 \times 70}{100} = 21$

☺ En calculant directement :

$(70 \div 100) \times 30 = 21$

Savoir-faire

Un pantalon coûte 89€. Son prix est réduit de 20%. Calculer son nouveau prix.

$(89 \div 100) \times 100 = 17,8$ $\qquad 20\% = 17,8$

$89 - 17,8 = 71,2$

Savoir-faire

Le prix HT (*Hors Taxe*) d'une caméra numérique est de 436 €. Sachant que la TVA (*Taxe à valeur ajoutée*) est de 19,6% du prix HT, calculer le prix TTC (*Toutes Taxes Comprises*) de cette caméra. Arrondir au centième

$436 \times 19,6 \div 100 = 85,456$ $\qquad 19,6\% = 85,456$

$436 + 85,456 = 521,456$

b) Calculer un pourcentage.

Savoir-faire

Une automobile qui coûtait 8000€ est vendue 6800€. A quel pourcentage du prix initial correspond la remise ?

$6800 \times 100 \div 8000 = 85$

$6800 = 85\%$ de 8000

c) Utiliser un coefficient multiplicateur.

Propriété

☺ Augmenter un nombre de N% revient à le multiplier par $\left(1 + \frac{N}{100}\right)$

☺ Diminuer un nombre de N% revient à le multiplier par $\left(1 - \frac{N}{100}\right)$

Savoir-faire

1) Le prix d'un blouson qui coutait 160 € est réduit de 35%. Calculer le nouveau prix du blouson.
2) La facture d'électricité de Bertrand a subi une augmentation de 20% sur un an. Il a payé cette année 99 €. Calculer le prix qu'il avait payé l'année dernière.

1°) $\left(\frac{100 - 35}{100}\right) \times 160$

$= 0,65 \times 160 = 104$

2°) $1,2 \times x = 99$

$x = \frac{99}{1,2} = 82,5$

IV. Représentation graphique d'une situation de proportionnalité.

Exemple :

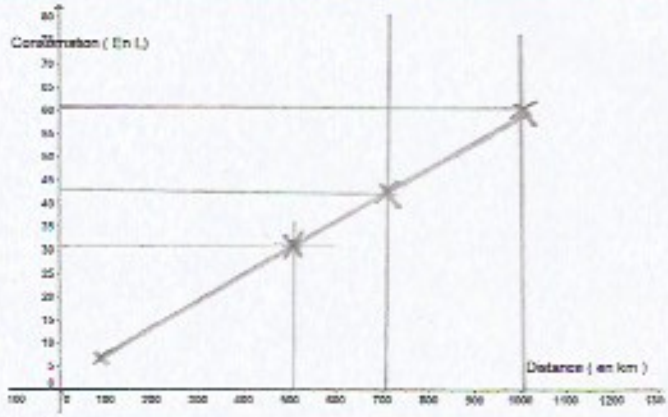
Une voiture consomme 6 L de carburant pour parcourir 100 km. À partir de cette situation de proportionnalité, on peut construire le tableau de valeurs suivant :

Distance parcourue (en km)	100	500	700	1000
Consommation (en L)	6	30	42	60

Plaçons maintenant les points sur un repère.

Les points sont alignés sur une droite qui passe par origine

Le graphique ci-dessous représente la consommation de carburant de cette voiture par rapport à la distance parcourue.



Propriété (admise)

Sur un graphique, on reconnaît une situation de proportionalite, lorsque cette situation est représentée par des points alignés

Exemple :

Nous allons représenter **le périmètre** d'un carré en fonction de la longueur du côté ainsi que **son aire** dans le même repère.

Longueur du côté en cm	1	2	3	4	5	6
Périmètre du carré en cm	4	8	12	16	20	24
Aire du carré en cm²	1	4	9	16	25	36

Les points qui represente le périmetre du carré en fonction de la longeuer d'un côté sont proportionelle et sont alignés par une droite qui passe par l'origine. (On pouvait si attendre car le p = 4xc, le coefficient de proportionalité est 4)

L'aire du carré n'est pas proportionelle à la longeuer

A = cxc