

# Suites arithmétiques.

## I. Définition d'une suite arithmétique.

On considère la suite  $(u_n)$  où la différence entre un terme et son précédent reste constante et égale à 3. Si le premier terme est égal à 2, les premiers termes successifs sont :  $u_0 = \dots$  ;  $u_1 = \dots = \dots$  ;  $u_2 = \dots = \dots$  ;  $u_3 = \dots = \dots$  . De façon plus générale, pour tout nombre entier  $n$ , on a  $u_{n+1} = \dots$ .  
 On dit que la suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison  $\dots$  et de premier terme  $\dots$ .

### Définition

On dit qu'une suite  $(u_n)$  est une suite arithmétique s'il existe un nombre  $r$  tel que, pour tout  $n$ ,  $u_{n+1} = \dots$ .  
 Le nombre  $r$  est appelé la raison de la suite  $(u_n)$ .

### ☑ Savoir faire : Savoir démontrer qu'une suite est arithmétique :

1) La suite  $(u_n)$  définie par :  $u_n = 2n - 3$  est-elle arithmétique ?

.....  
 .....

2) La suite  $(u_n)$  définie par :  $u_n = n^2 + 2$  est-elle arithmétique ?

.....  
 .....

### Définition

Si  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison  $r$  et de premier terme  $u_0$  alors , pour tout  $n$ ,  $u_n = u_0 + n r$ .

### Démonstration :

La suite arithmétique  $(u_n)$  de raison  $r$  et de premier terme  $u_0$  vérifie la relation .....  
 En calculant les premiers termes :

.....  
 .....

Exemple : On considère la suite arithmétique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 3$  et de raison 2.

.....

### ☑ Savoir faire : Savoir déterminer la raison et le premier terme d'une suite arithmétique :

1) Soit  $(u_n)$  la suite arithmétique tel que  $u_3 = 5$  et  $u_7 = 13$ . Détermine sa raison et son premier terme.

.....

2) Calcule  $u_{100}$ .

.....

## II. Sens de variations d'une suite arithmétique.

On considère la suite  $(u_n)$  définie par : pour tout nombre entier  $n$ ,  $u_n = 2n - 3$ . Etudions ses variations.

.....

### Propriété

Si  $(u_n)$  est une suite arithmétique de raison  $r$ , alors :

- ◆ Si  $r > 0$  alors la suite  $(u_n)$  est croissante.
- ◆ Si  $r < 0$  alors la suite  $(u_n)$  est décroissante.

Démonstration :

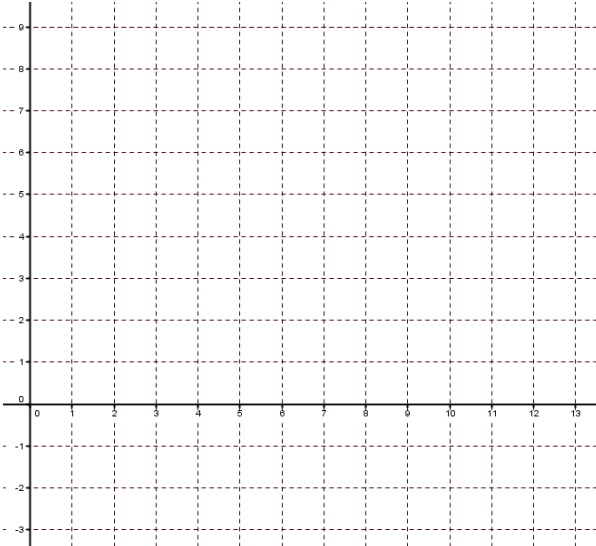
.....

.....

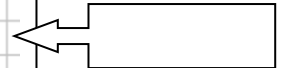
.....

III. Représentation graphique d'une suite arithmétique.

On considère la suite  $(u_n)$  définie par : pour tout entier  $n$ ,  $u_n = 2n - 3$ . Construire sa représentation graphique.



Tableur		
	A	B
1	n	Un
2		0
3		1
4		2
5		3
6		4
7		5
8		6
9		7
10		8
11		9
12		10
13		11
14		



*Propriété*

Les points de la représentation graphique d'une suite arithmétique sont alignés.

IV. Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique.

*Propriété*

Pour tout entier naturel non nul  $n$ , on a :  $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Démonstration :

.....

.....

.....

.....

.....

Savoir faire : Savoir calculer la somme des termes d'une suite arithmétique :

Calcule les sommes  $S_1$  et  $S_2$  suivantes :  $S_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + 348$ .  $S_2 = 33 + 36 + 39 + \dots + 267$ .

.....

.....

.....

.....

.....