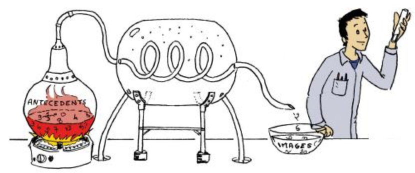
# Fonctions.

## I. Notion de Fonction.

**Définition**

Une ……………………… est un procédé qui a un nombre fait correspondre <u>un</u> ……………… autre nombre.

Remarque : c'est une définition peu explicite, mais on ne peut pas faire mieux.




**Définition**

Si on transforme un nombre $x$ par une fonction $f$, on dit que le nombre obtenu est ……………… du nombre $x$ et on le note ……….. On dit aussi que $x$ est un ……………….……… de $f(x)$.

**Remarque :** Attention à ne pas confondre $f(x)$……………………………………………………………………………
et $f$ qui est le nom de la fonction ……………………………………………………………………………………

**Remarque :** ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………………………

## II. Fonctions définies par :

### a) Une expression.

☺ **Exemple n°1 :** On considère la fonction $f$ qui a pour expression $f(x)= x^2$. ( on trouve des fois dans des livres la notation $f : x \quad x^2$, qui se lit : « La fonction $f$ qui a un nombre $x$ associe le nombre  ).

**Savoir-faire**

Soit $f$ la fonction qui a pour expression $f(x)= x^2$. Calcule l'image de 0 ; 3 ; -4 et 0,1par la fonction $f$.

$f\ (0) =$ …………
Donc $f\ (0) =$ ………..
Donc l'image de 0 par la fonction $f$ est ……………..….

……………………………
……………………………
……………………………
……………………………

……………………………
……………………………
Donc ………a pour image …… par la fonction $f$.

……………………………
……………………………
Donc ……est l'image de ……par la fonction $f$ .

**Savoir-faire**

Soit $f$ la fonction qui a pour expression $f(x)= x^2$. Dètermine les antècèdents de 25 ; 0 ; 3 et -4 par $f$.

On cherche tous les nombres x qui vérifient f(x)=….., c'est-à-dire les nombres x qui vérifient …… Il y a deux solutions …. et … Donc …. a …… antécédents par la fonction f qui sont ……

Les antécédents de 0 vérifient l'égalité ……………
……………………
……………………
……………………

Les antécédents de …. sont solutions de l'équation
……………………
……………………
……………………
……………………

……………………
……………………
……………………
……………………
……………………
……………………

**Remarque :** On peut représenter tous les résultats précédents dans un tableau.

| $x$ | -5 | -3 | -2 | -1 | -0,5 | -0,1 | 0 | 0,1 | 0,5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | | | | | | | | | |

**Savoir-faire**

On considère la fonction $g$ qui a pour expression $g(x) = x^2 - 2x$. **1.** Calcule l'image de $4$ ; $-3$ et $\sqrt{2}$ par $g$.

.................................................. | .................................................. | ..................................................

.................................................. | .................................................. | ..................................................

.................................................. | .................................................. | ..................................................

.................................................. | .................................................. | ..................................................

**Savoir-faire**

**2.** Montre que $7$ est un antècèdent de $35$ par la fonction $g$.

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

**Savoir-faire**

**3.** Dètermine tous les antècedents de $0$ par la fonction $g$.

..................................................................................................................................................................

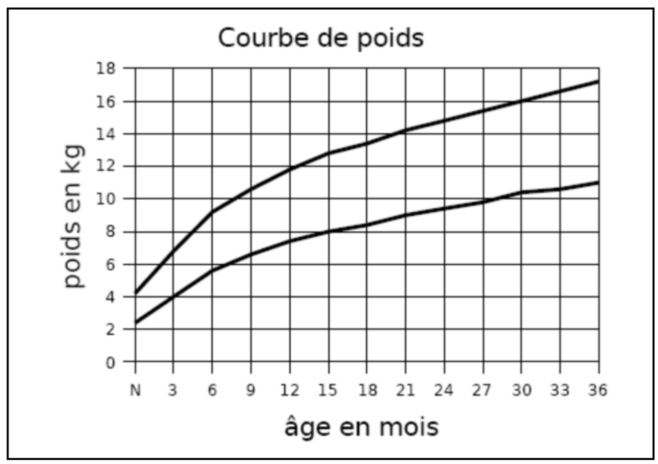
..................................................................................................................................................................

## b) Fonctions définies par une courbe.

Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant

Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit a priori se situer entre ces deux courbes.

On utilise ces courbes pour définir deux fonctions, la fonction $f$ qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction $g$ qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.




Le poids minimum d'un enfant de 15 mois est .........en langage mathématique......................................................................

Le poids maximum d'un enfant de 21 mois est ......... en langage mathématique ......................................................

..................................................................................................................................................................

Un enfant pèse au maximum 16 kg lorsqu'il a ......... en langage mathématique.......................................................

..................................................................................................................................................................

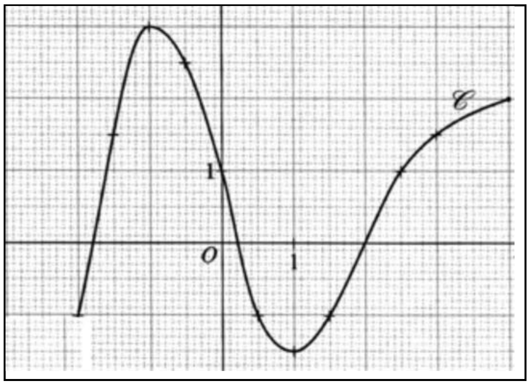
..................................................................................................................................................................

| $x$ | 3 | 12 | | 24 | | 34,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | 8 | | | |
| $g(x)$ | | | | | 16 | |

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

Une courbe nous permet de définir une fonction en donnant comme image d'un nombre x, ......................du point ............................................ qui a pour ......................le nombre x. On écrit aussi que tous les points de la courbe ont leurs coordonnées de la forme ..............................................




.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

## III. Représenter graphiquement une fonction :

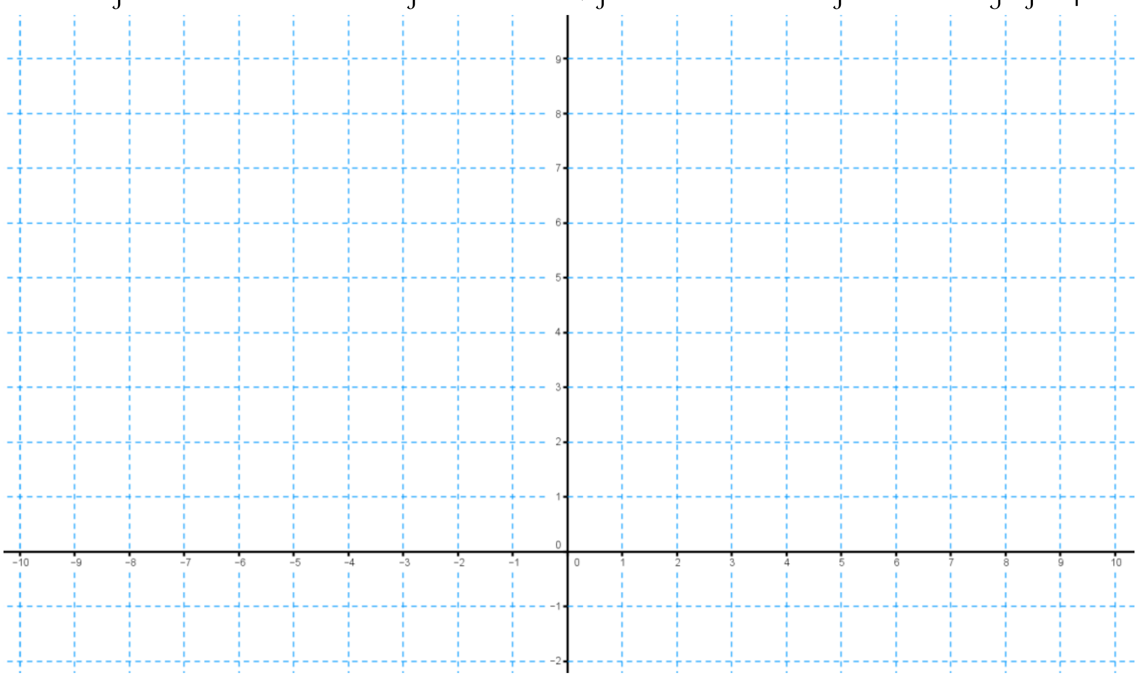
**Définition**

Représenter graphiquement une fonction, (ou construire la représentation graphique d'une fonction) signifie placer dans un repère tous les points qui ont leurs coordonnées de la forme ...............................................

☺ **Exemple :** On considère la fonction f qui a pour expression $f(x) = x^2$. Complète le tableau suivant :

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x$ | -2.5 | -2 | -1.5 | -1 | -0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 |
| 2 | $f(x) = x^2$ | | | | | | | | | | | |

Placer les points obtenus dans le repère ci-dessous, puis construire la représentation graphique de f.



.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

.....................................................................................................................

# IV. Fonctions affines :

## a) Définition.

**Définition**

On appelle ........................................ une fonction dont l'expression est de la forme ........................................
$m$ s'appelle ....................................................... et $p$ s'appelle .......................................................

☺ **Exemples :**

☺La fonction $f$ qui a pour expression $f(x) = 3x + 2$ .......................................................

Le coefficient directeur est $m =$ .............. et l'ordonnée à l'origine est $p =$ ..............

☺La fonction $g$ qui a pour expression $g(x)=\frac{-5x-7}{2}$.......................................................

Le coefficient directeur est $m =$ .............. et l'ordonnée à l'origine est $p =$ ..............

☺La fonction $h$ qui a pour expression $h(x) =$ .......................... n'est pas une fonction affine.

☺La fonction $k$ qui a pour expression $k(x) = - x$ .......................................................

Le coefficient directeur est $m =$ .............. et l'ordonnée à l'origine est $p =$ ..............

## b) Représentation graphique.

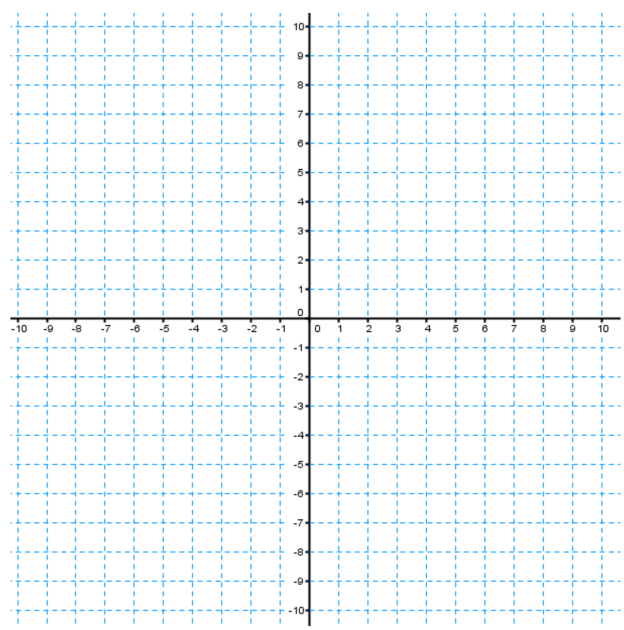
☺ **Exemple :** On considère la fonction $f$ qui a comme expression $f(x) = 2x - 1$. Complète le tableau de valeurs.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $x$ | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | $f(x) = 2x-1$ | | | | | | | | | |

On considère la fonction $g$ qui a comme expression $g(x) = - x + 3$. Complète le tableau de valeurs.

| $x$ | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x) = - x + 3$ | | | | | | | | | |

Place les points obtenus dans le repère ci-contre. En vert ceux de la courbe représentative de $f$, en rouge ceux de la courbe représentative de $g$.



On remarque que :
..............................................................................................................
..............................................................................................................
..............................................................................................................
..............................................................................................................
..............................................................................................................
..............................................................................................................

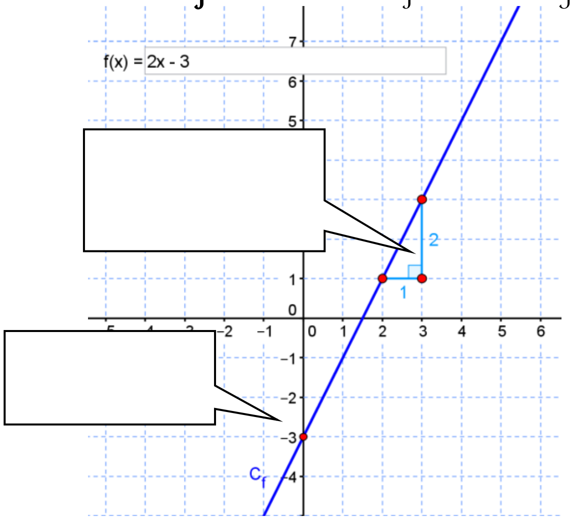
**Propriété ( admise )**

La représentation graphique d'une ................................
................................ est une droite.

**Application :** Construire la courbe représentative de la fonction $h$ qui a pour expression $h(x) = 3x - 5$.
..............................................................................................................
..............................................................................................................
..............................................................................................................

Remarque : On peut vérifier que la représentation graphique d'une fonction affine est correcte.

☺ **Exemple :** Voici la représentation graphique de la fonction $f$ qui a pour expression $f(x) = 2x - 3$.




La fonction $f$ est une fonction ………………… Son coefficient directeur est $m$ = ….. et son ordonnée à l'origine est $p$ = …….

☺ $f(0)$ =………=…….. Donc le point de coordonnées ( 0 ; ) appartient à la représentation graphique de $f$.

☺ $f(1) - f(0)$ = ……………………=……..

$f(2) - f(1)$ = ……………………=……..

$f(3) - f(2)$ = ……………………=……..

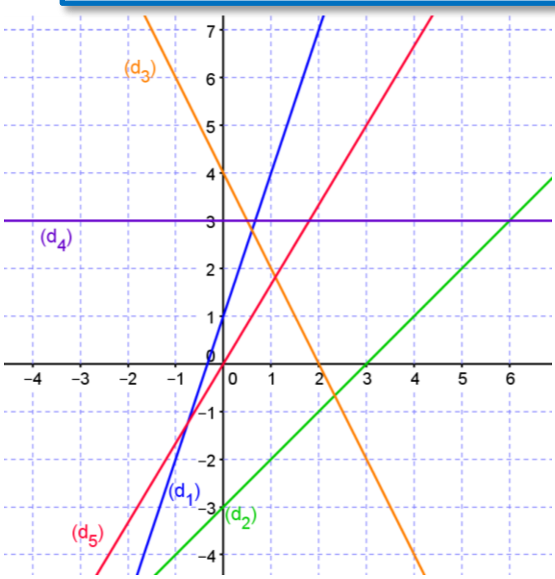
Pour tout nombre a :

$f(a+1) - f(a)$ = ………………………=……………………=……..

On peut lire le coefficient directeur sur la représentation graphique.

## Savoir-faire

Retrouve les expressions des fonctions affines qui ont été représentées graphiquement ci-dessous.




☺ La droite (d1) représente la fonction affine $f_1$ qui a pour expression $f_1(x)$ = ……………………

☺ La droite (d2) représente la fonction affine $f_2$ qui a pour expression $f_2(x)$ = ……………………

☺ La droite (d3) représente la fonction affine $f_3$ qui a pour expression $f_3(x)$ = ……………………

☺ La droite (d4) représente la fonction affine $f_4$ qui a pour expression $f_4(x)$ = ……………………

☺ La droite (d5) représente la fonction affine $f_5$ qui a pour expression $f_5(x)$ = ……………………

………………………………………………………………………………………

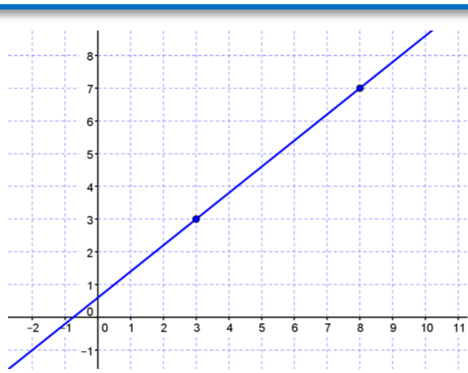
………………………………………………………………………………………

## Propriété

Soit $f$ une fonction affine d'expression $f(x) = m\,x + p$ alors pour tout nombre a et b (…………..) On a : $m = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

## Savoir-faire

Détermine par lecture graphique le coefficient directeur de la fonction affine représentée ci-dessous.



………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

**Savoir-faire**

Soit $f$ une fonction affine telle que l'image de 3 soit -5 et que -4 soit un antécédent de 9.
Retrouve l'expression de la fonction $f$.

La fonction $f$ est une fonction affine donc son expression est de la forme ……………………………

On a …………………………… et …………………………… donc $m$ = ……………………………………………………………………………………

De plus ………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………

**Remarque :** Toute droite non parallèle à l'axe des …………………………… est la représentation graphique d'une ……………………………………………

### c) Fonctions linéaires.

**Définition**

On appelle ……………………………………… une fonction dont l'expression est de la forme ……………………………………

**Propriété**

Une fonction linéaire est une ………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………

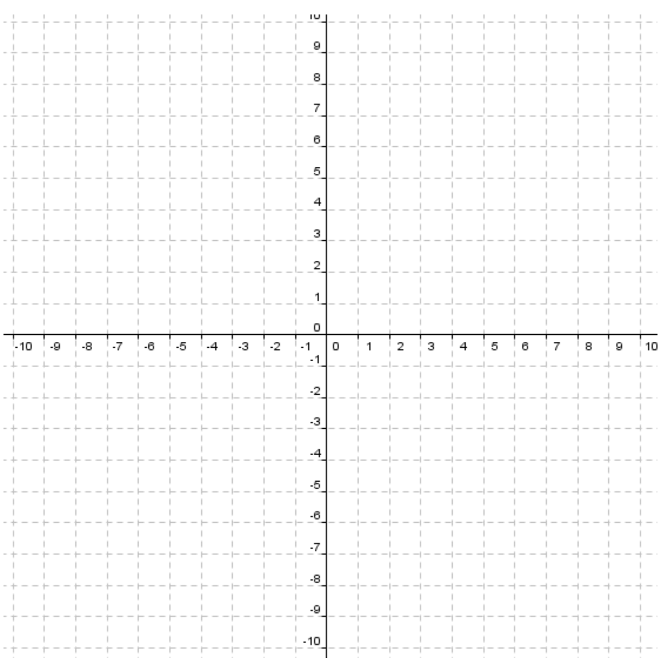
## IV. Exercices type brevet :

**Brevet**

$f$ et $g$ sont deux fonctions affines définies par : $f(x) = 2x + 2$ et $g(x) = -3x + 1$.

**1)** Dans le repère ci-dessous, tracer les représentations graphiques de $f$ et $g$.

**2)** Résoudre l'équation (E) : $2x + 2 = -3x + 1$. Que représente la solution de cette équation ?




………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………

## Brevet

Un vidéoclub propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD.
– **Tarif A :** 4 € par DVD emprunté. – **Tarif B :** 2,50 € par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 €.
– **Tarif C :** abonnement de 70 € pour un nombre illimité de DVD.

**1.** Compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5 ou 15 ou 25 DVD, aux tarifs A, B ou C.

| | 5 DVD | 15 DVD | 25 DVD |
|---|---|---|---|
| Coût au tarif A | | | |
| Coût au tarif B | | | |
| Coût au tarif C | | | |

**2.** On note $x$ le nombre de DVD empruntés. On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions définies par les expressions suivantes : $f(x) = 2{,}5x + 18$ ; $g(x) = 70$ ; $h(x) = 4x$

**a)** Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.

**b)** Avec le tarif B, Zoé a payé 48€. Combien a-t-elle prit de DVD ?

**3.** Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions.

On prendra en abscisse 1 carreau pour 2 DVD et en ordonnée 1 carreau pour 5 €.

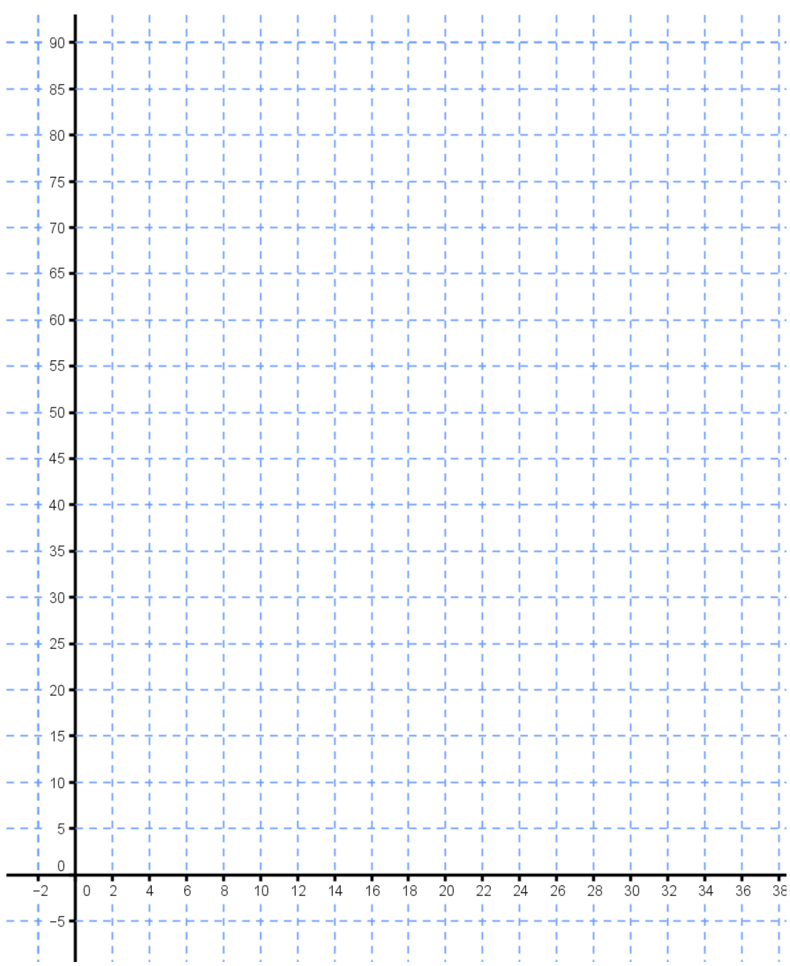
**4.** **a)** Résoudre l'équation : $4x = 2{,}5x + 18$. Interpréter le résultat.

**b)** Mettre en évidence comment trouver la solution de cette équation sur le graphique en utilisant des pointillés.

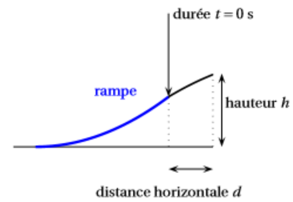
**5.** **a)** Résoudre graphiquement l'inéquation : $70 > 2{,}5x + 18$, en laissant apparents les traits de construction.

**b)** Retrouver ensuite le résultat par le calcul.

**6.** Synthèse : donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.



## Brevet

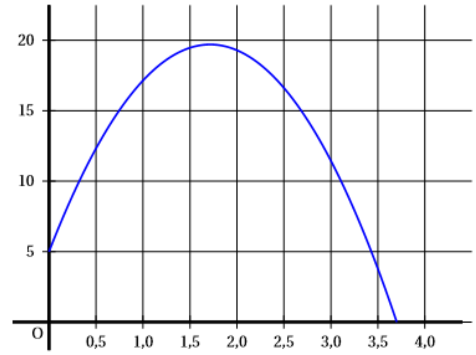



Lors d'une course en moto-cross, après avoir franchi une rampe, Gaëtan a effectué un saut record en moto. Le saut commence dès que Gaëtan quitte la rampe.

On note $t$ la durée (en secondes) de ce saut. La hauteur (en mètres) est déterminée en fonction de la durée $t$ par la fonction $h$ suivante :

$h : t \rightarrow (-5t - 1{,}35)(t - 3{,}7)$.

Voici la courbe représentative de cette fonction $h$.




*Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifie en utilisant soit le graphique soit des calculs.*

***1.*** *En développant et en réduisant l'expression de $h$ on obtient*

$h(t) = -5t^2 - 19{,}85t - 4{,}995$.

*2. Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m de hauteur.*

*3. Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes.*

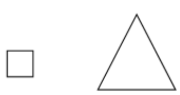
*4. Le nombre 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction $h$.*

*5. Gaetan a obtenu la hauteur maximale avant 1,5 seconde.*

## Brevet

Avec des ficelles de 20 cm, on construit des polygones comme ci-dessous :

**Méthode de construction des polygones**

| | | |
|---|---|---|
| Étape 1 | | On coupe la ficelle de 20 cm en deux morceaux. |
| Étape 2 | morceau n° 1 morceau n° 2 | On sépare les deux morceaux. |
| Étape 3 |  | • Avec le « morceau n° 1 », on construit un carré.<br>• Avec le « morceau n° 2 », on construit un triangle équilatéral. |

**Partie 1 :**

Dans cette partie, on découpe à l'étape 1 une ficelle pour que le « morceau n° 1 » mesure 8 cm.

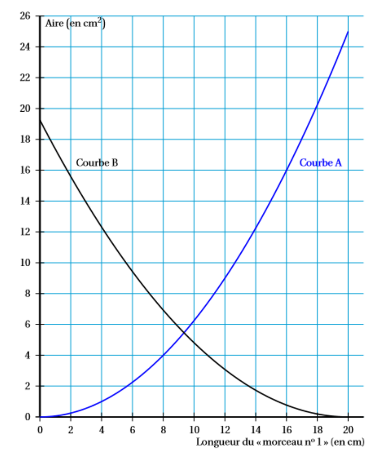
1. Dessiner en grandeur réelle les deux polygones obtenus.
2. Calculer l'aire du carré obtenu.
3. Estimer l'aire du triangle équilatéral obtenu en mesurant sur le dessin.

**Partie 2 :**

Dans cette partie, on cherche maintenant à étudier l'aire des deux polygones obtenus à l'étape 3 en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

1. Proposer une formule qui permet de calculer l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».
2. Sur le graphique ci-dessous :
   - la courbe A représente la fonction qui donne l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n° 1 » ;
   - la courbe B représente la fonction qui donne l'aire du triangle équilatéral en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

   **Graphique représentant les aires des polygones en fonction de la longueur du « morceau n° 1 »**




En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est attendue.

**a.** Quelle est la longueur du « morceau n° 1 » qui permet d'obtenir un triangle équilatéral d'aire 14 cm$^2$ ?

**b.** Quelle est la longueur du « morceau n° 1 » qui permet d'obtenir deux polygones d'aires égales ?