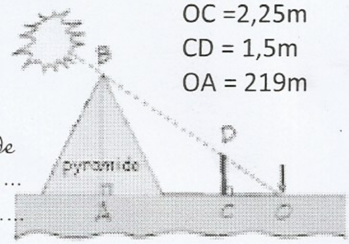
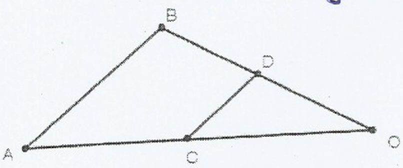
Thales de milet
625-547 av JC

Le théorème de Mr Thalès.



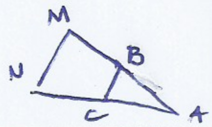
I. Introduction.

On demande à monsieur Thalès de mesurer la hauteur d'une pyramide AB la hauteur de la pyramide et DC la longueur d'un bâton perpendiculair au sol dont l'ombre consside avec l'ombre de la pyramide. AB et DC sont des longueurs proportionnelles.



Lorsque des points A, B, C, D et O sont tels que les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O et que les droites (BA) et (CD) sont parallèles on dit qu'ils forment une configuration de Thalès.

II. Le théorème de Mr Thales.



Théorème (Admisse)

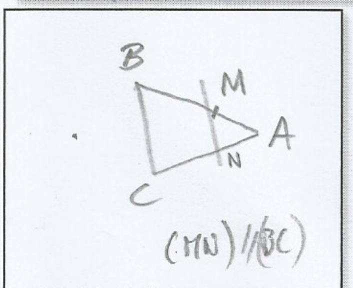
Dans toutes les configurations de Thalès, les triangles aux côtés parallèles ont leurs longueurs proportionnelles

Lorsque des points A, B, C, M et N forment une configuration de Thalès alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

A quoi ça sert ? Dans une configuration de thales on peut calculer des longueurs inconnus.

Savoir-faire

ABC est un triangle tel que AB = 8 cm ; AC = 6 cm Soit M le point de [AB] tel que AM = 2 cm. La droite parallèle à (BC) passant par M coupe (AC) en N. Calculer AN.



Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et les droites (BC) et (MN) sont parallèles, donc on est dans une configuration de Thalès, donc d'après le théorème de Mr Thalès on peut affirmer que les triangles ABC et AMN ont leurs côtés proportionnels et on a : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Soit $\frac{8}{2} = \frac{6}{AN}$

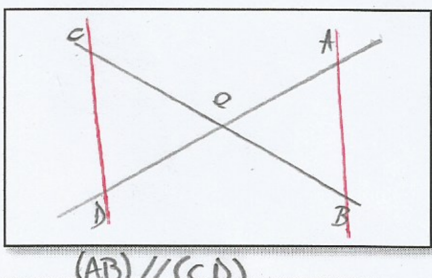
Donc en particulier $\frac{8}{2} = \frac{6}{AN}$ soit $8 \times AN = 2 \times 6$

Donc $8 \times AN = 12$ Donc $AN = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1,5$

Remarques :

- penser aux phrases d'introduction (deux droites sécantes, deux droites parallèles).
- écrire les fractions sans reflechir aux longueurs cherchés
- produit en 3

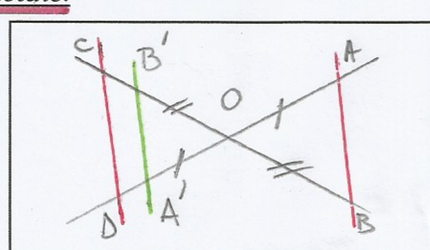
III. Le théorème de Mr Thales, forme générale.



En utilisant la symétrie centrale de centre O, puis le Théorème de Thalès de 4e.

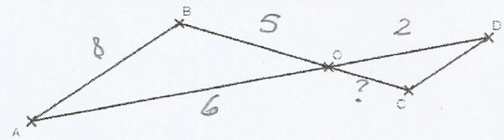
$\frac{OC}{OB'} = \frac{OD}{OA'} = \frac{CD}{AB'}$ OA=OA', OB=OB', AB=A'B'

$\frac{OC}{OB} = \frac{OD}{OA} = \frac{CD}{AB}$



Savoir-faire

ABC est un triangle tel que AB = 8 cm ; AO = 6 cm ; BO = 5 cm et OD = 2 cm.
Les droites (AB) et (DC) sont parallèles. Calcule OC.



Les droites (BC) et (AD) sont sécantes en O et les droites (AB) et (CD) sont parallèles, donc on est dans une configuration de Thalès, donc d'après le théorème de Mr Thales on peut affirmer que: $\frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OD} = \frac{AB}{CD}$

Soit $\frac{5}{OC} = \frac{6}{2} = \frac{8}{DC}$ Donc en particulier $\frac{5}{OC} = \frac{6}{2}$ soit $OC \times 6 = 5 \times 2$

Donc $OC = \frac{5 \times 2}{6} = \frac{5}{3}$

IV. La réciproque du théorème de Mr Thales.

Théorème (admis)

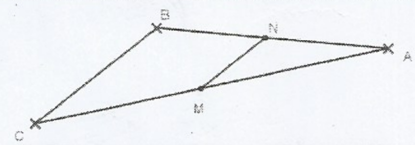
Si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre, et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Alors on peut affirmer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

A quoi ça sert ? Si je peux calculer des fractions correspondantes je peux savoir si les droites sont parallèles ou non

Savoir-faire

ABC est un triangle tel que : AB = 6cm ; AC = 8cm ; BC = 4cm ; M et N sont respectivement des points de [AB] et [AC] tels que AM = 2cm et AN = 1,5 cm. Démontrer que (BC) // (MN).



Les droites (BN) et (CM) sont sécantes en A et les points A,M,C et A,N,B sont alignés dans le même ordre.

Calculons séparément $\frac{AB}{AN}$ et $\frac{AC}{AM}$

On a $\frac{AB}{AN} = \frac{6}{1,5} = \frac{12}{3} = 4$ De plus $\frac{AC}{AN} = \frac{8}{2} = 4$

Donc $\frac{AC}{AM} = \frac{AB}{AN}$ donc d'après la reciproque du Théorème de Mr Thalès

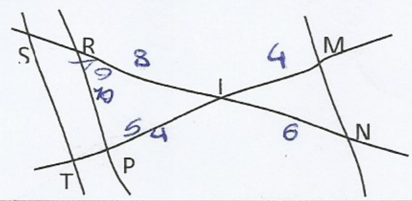
Nous pouvons affirmer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

Remarques : Si les fraction ne sont pas égales alors on peut conclure que les droites ne sont pas parallèles grâce au théorème de Mr Thalès

Savoir-faire

Sur la figure ci-après, tracée à main levée : IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4 cm IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 5 cm. On ne demande pas de refaire la figure.

1. Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles.
2. En déduire ST.
3. Les droites (MN) et (ST) sont-elles parallèles ? Justifier



1. Les droites (RN) et (MP) sont sécantes en I et les points I,R,S et I,T,P sont alignés dans le même ordre. Calculons séparément $\frac{IS}{IR}$ et $\frac{IT}{IP}$

On a $\frac{SI}{IR} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ De plus $\frac{IT}{IP} = \frac{5}{4}$ Donc $\frac{RI}{IN} = \frac{IM}{IP}$ donc d'après le théorème de Mr Thalés on peut conclure que les droites (RP) et (ST) sont parallèles

3. Les droites (SN) et (MT) sont sécantes en I et les points I,S,N et I,T,M sont alignés dans le même ordre. Calculons séparément $\frac{IS}{IN}$ et $\frac{IT}{IM}$

On a $\frac{IS}{IN} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ De plus $\frac{IT}{IM} = \frac{5}{4}$ Donc $\frac{IS}{IN} \neq \frac{IT}{IM}$ donc d'après le théorème de Mr Thalés on peut conclure que les droites (ST) et (MN) ne sont pas parallèle

2. Les droites (SP)(TP) sont sécantes en I et les droites (ST) et (RP) sont parallèles donc d'après le Théorème de Mr Thalés. $\frac{IS}{IR} = \frac{IT}{IP} = \frac{ST}{RT}$ soit $\frac{10}{\ldots} = \frac{5}{\ldots} = \frac{ST}{\ldots}$ de particulier $\frac{5}{\ldots} = \frac{ST}{\ldots}$ $5 \times 10 = 4 \times ST$