

Généralités sur les fonctions.

I. Notions de fonctions.

Définition

Soit D un ou plusieurs intervalles de \mathbb{R} . Définir une fonction f de D dans \mathbb{R} , c'est associer à chaque réel x de D un unique réel noté $f(x)$. On dit que D est l'ensemble de définition de la fonction f , et on le note D_f .

On peut définir une fonction par une expression, un graphique, un algorithme

Remarques :

- Une fonction est généralement désignée par l'une des lettres $f, g, h \dots$
- Au lieu d'écrire « f est la fonction qui à x associe $f(x)$ », on peut écrire « $f: x \mapsto f(x)$ ».
- Si x et y sont deux réels tels que $y = f(x)$, alors on dit que y est l'image de x par la fonction f , et que x est un antécédent de y par f .
- Par une fonction, un réel x ne peut avoir qu'une seule image, mais un réel y peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents.

Savoir faire : Savoir déterminer un ensemble de définition

Déterminer les ensembles de définition des fonctions qui ont les expressions suivantes :

• $f(x) = 2x + 3$

f est définie pour tout nombre

$D_f = \mathbb{R}$

• $g(x) = x^2 - 1$

$D_g = \mathbb{R}$

• $h(x) = \frac{3}{3x+2}$

h est une fonction rationnelle elle est définie pour tout nombre n'annulant pas son dénominateur
 $3x+2=0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$
 $D_h = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$

• $i(x) = \sqrt{2x+1}$

i est définie pour tout x tel que $2x+1 \geq 0$
 $2x > -1 \quad x > -\frac{1}{2}$
 $D_i =]-\frac{1}{2}; +\infty[$

Savoir faire : Savoir calculer une image ou un antécédent d'une fonction

Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 - 1$.

1) Déterminer l'image de 3 par g .

$g(3) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$ Donc l'image de 3 est 8

2) Déterminer tout les antécédents de 0 par g .

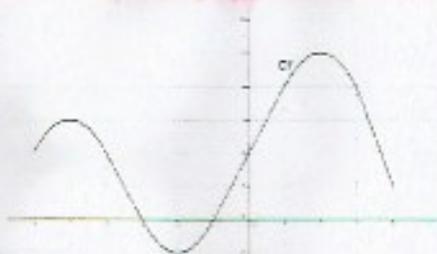
$g(x) = x^2 - 1 = 0$ les antécédents de 0 sont solutions de l'équation $g(x) = 0$
 $= x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ ou $x = -1$ Donc 0 a deux antécédents qui sont 1 et -1

II. Courbe représentative d'une fonction.

Définition

Soit f une fonction d'ensemble de définition D_f . On appelle Courbe représentative de la fonction f l'ensemble C_f des points M du plan de coordonnées $M(x; f(x))$ avec $x \in D_f$.

On dit que $y = f(x)$ est l'équation de la courbe C_f .

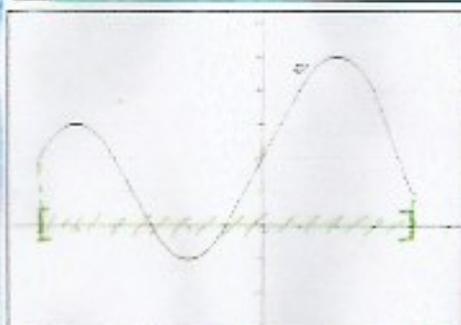


Pour tout nombre $x \in D_f$, on sait que x ne peut avoir qu'une seule image par f , donc C_f ne peut avoir qu'un seul point qui a pour abscisse x .

III. Utilisation de la courbe représentative d'une fonction.

Pour déterminer l'ensemble de définition de la fonction :

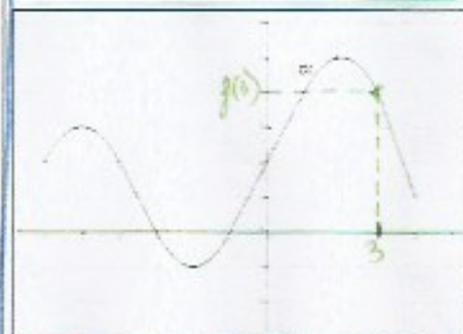
L'ensemble de Définition est l'ensemble des abscisses des points de la courbe.



$$Df = [-6; 4]$$

Pour déterminer l'ensemble de l'image d'un nombre

L'image d'un nombre α par une fonction f est l'ordonnée du point d'intersection de C_f et de la droite d'équation $x = \alpha$.

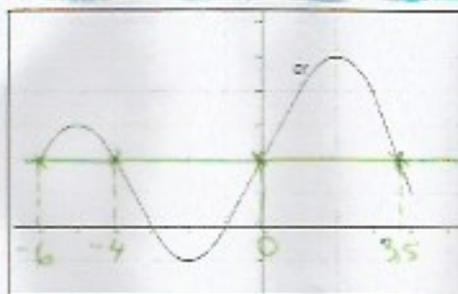


l'image de 3 par f est $f(3) = 4$

$$\begin{aligned} f(2) &= 5 \\ f(-3) &= 0 \\ f(0) &= 2 \\ f(-5) &= 3 \end{aligned}$$

Pour déterminer les antécédents d'un nombre k :

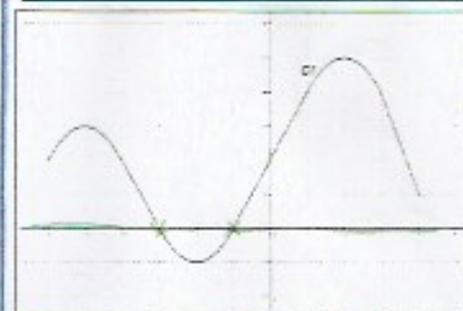
Les antécédents d'un nombre k par une fonction f sont les abscisses des points d'intersection de C_f et de la droite d'équation $y = k$.



Les antécédents de 0 sont : -6; -4; 0; 3,5

Pour résoudre une équation de la forme $f(x) = k$:

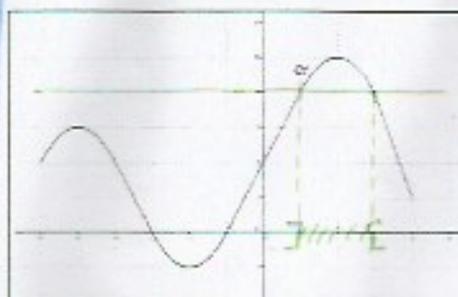
Résoudre l'équation $f(x) = k$ revient à chercher Les antécédents d'un nombre k par la fonction f .



l'équation $f(x) = 0$ a 2 solutions qui sont : -3; 1

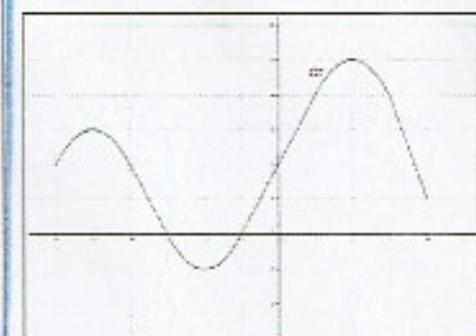
Pour résoudre une inéquation de la forme $f(x) > k$:

Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont les abscisses des points de C_f situés au dessus de la droite d'équation $y = k$.



Les solutions de l'inéquation (I) : $f(x) > 4$ sont $S =]1; 3[$

Pour établir le tableau de signe d'une fonction :



$f(x) = 0$ a pour solutions $\{-3; -1\}$

$f(x) > 0$ a pour solutions $S = [-6; -3[\cup]-1; 4[$

x	-6	-3	-1	4	
Signe de $f(x)$	+	0	-	0	+

III. Sens de variation d'une fonction.

Definition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- ♦ Si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$ alors on dit que la fonction f est croissante sur I . Les réels de l'intervalle I sont rangés dans le **même ordre** que leurs images.
- ♦ Si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$ alors on dit que la fonction f est décroissante sur I . Les réels de l'intervalle I sont rangés dans l'**ordre inverse** de leurs images.

Exercice 1 : Soit f la fonction représentative d'une fonction.

On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée par le graphique ci contre.

1) Donne l'ensemble de définition de f .

$$D_f = [-5; 6]$$

2) Détermine $f(-3)$, $f(0)$ et $f(6)$.

$$f(-3) = -9 \quad f(0) = -2 \quad f(6) = 5$$

3) Détermine les antécédents de 0, 2 et -2.

antécédents de 0 : -4, 1, 3 et $\approx 4,8$

" " 2 : $\approx 5,5$

" " -2 : $\approx 4,7$ et 0

4) Résoudre l'équation (E) : $f(x) = -7$.

$$f(x) = -7 \quad S(E) = \{-4; 1,9\}$$

5) Résoudre l'inéquation (I) : $f(x) > -5$.

$$S(I) = [-5; -4[\cup]1; 6]$$

6) Etablir le tableau de signes de $f(x)$.

x	-5	-4,9	1	3	4,8	6	
Signes de $f(x)$	+	0	-	0	+	0	+

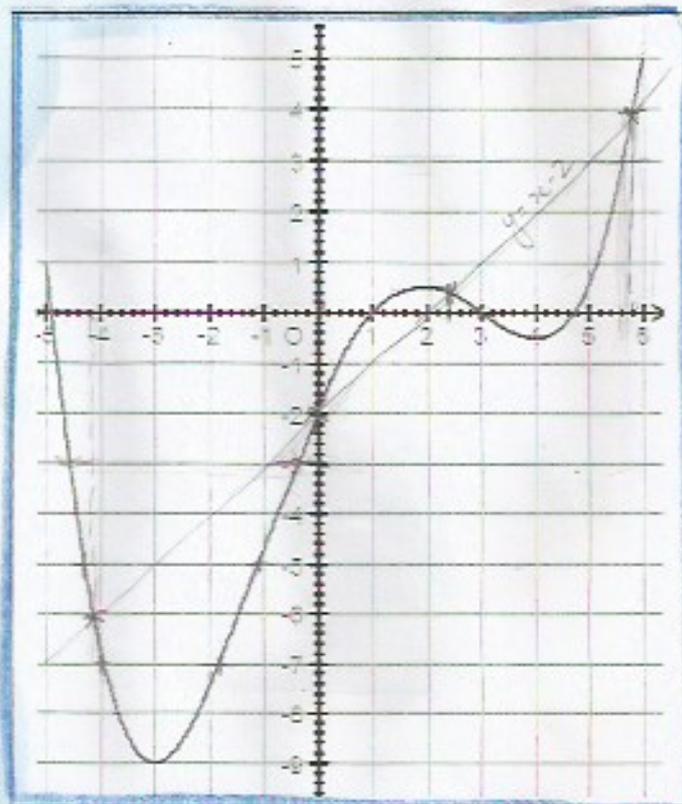
7) Préciser les variations de f .

f est décroissante sur $[-5; -3] \cup [2; 4]$

f est croissante sur $[-3; 2] \cup [4; 6]$

8) Etablir le tableau de variations de f .

x	-5	-3	2	4	6
Variations de f	1	-9	9,5	-0,5	5



9) Complète les affirmations suivantes :

Si $5 \leq x \leq 6$ alors $f(x)$

Si $-3 \leq x \leq 3$ alors $f(x)$

10) Détermine le maximum et le minimum de f sur $[-5; 6]$

11) Détermine le maximum et le minimum de f sur $]0; 3]$

12) Détermine le nombre de solutions de l'équation

$$(E) : f(x) = x - 2$$

On trace la droite qui a pour expression $y = x - 2$. Elle coupe f en 4 points. L'équation a 4 solutions : -4, 1, 6, 2,4 et 5.

IV. Utilisation de la Calculatrice.

Avec TI

Touche **Y=**
 Introduire la fonction par exemple en Y1
 Modifier les paramètres de la fonction
 Valider avec la touche **ENTRÉE**



Avec Casio

Touche **MENU** choisir **GRAPH** puis touche **EXE**
 Introduire la fonction par exemple en Y1
 Valider avec la touche **EXE**
 Utiliser la touche **EXIT** pour la variable X



Avec TI

Touche **graph**
 L'écran affiche l'axe des ordonnées et les points de la fonction
 Pour créer un affichage : touche **zoom** **zsquare**



Avec Casio

Choisir **GRAPH** Touche **EXE** ou autre F
 L'écran affiche l'axe des ordonnées et les points de la fonction
 Pour créer un affichage : touche **zsquare**



Savoir faire : Savoir effectuer les opérations de base

Avec TI

Touche **variable**
 Régler les paramètres comme sur l'écran à côté
 Touche **←** et **→** pour changer de ligne
 Pour valider : touche **graph**



Avec Casio

Introduire **Variable** : Touche **GRAPH** puis **F1**
 Régler les paramètres comme sur l'écran à côté
 Touches **←** et **→** pour changer de ligne
 Touche **EXE** ou instruction **GRAPH**



Savoir faire : Savoir effectuer les opérations de base de valeurs

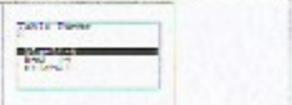
Avec TI

Introduire **table** (touche **2nd** **table**)
 Régler les paramètres comme sur l'écran à côté
 Des/Tests : valeur initiale **1** ; pas de tableau
 Rés : pour les données (pour entrer deux valeurs successives)



Avec Casio

Touche **MENU** choisir **TABLE** puis **EXE**
 Sélectionner **TABLE** ou **TABLE** touche **EXE** ou autre F
 Régler les paramètres comme sur l'écran à côté
START : valeur initiale "1" ; pas de tableau
END : valeur finale (selon le "pas" de tableau)
 Rés : pour les données (pour entrer deux valeurs successives)
 Touche **EXE** pour revenir à l'écran précédent



Savoir faire : Savoir effectuer les tables de valeurs

Avec TI

Introduire **table** (touche **2nd** **table**)
 Régler les paramètres comme sur l'écran à côté
 Des/Tests : valeur initiale **1** ; pas de tableau
 Rés : pour les données (pour entrer deux valeurs successives)



Avec Casio

Sélectionner **TABLE** (Touche **F6** ou autre F)
 Remarque : si l'écran affiche une fonction, appuyer sur la touche **DEL** pour la supprimer dans le table à l'aide des touches **←** et **→**



Savoir faire : Savoir pointer une courbe

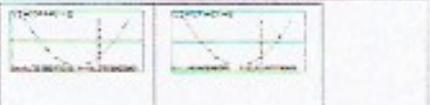
Avec TI

Touche **trace**
 Touches **←** et **→** pour se déplacer sur la courbe
 L'expression de la fonction ainsi que les coordonnées du point où se trouve le curseur sont affichées en bas de l'écran



Avec Casio

Pointer et déplacer : touche **MENU** avec **GRAPH**
 Sélectionner **TRACE** (touche **F5** ou autre F)
 Touches **←** et **→** pour se déplacer sur la courbe
 L'expression de la fonction ainsi que les coordonnées du point où se trouve le curseur sont affichées



Savoir faire : Savoir pointer une image dans l'écran de casio

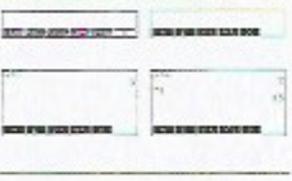
Avec TI

Introduire **table** (touche **2nd** **table**)
 Régler les paramètres comme sur l'écran à côté
 Des/Tests : valeur initiale **1** ; pas de tableau
 Rés : pour les données (pour entrer deux valeurs successives)
 Choisir la fonction désirée (pour deux valeurs : **Y1**)
 Plus conseiller comme sur l'écran à côté pour par exemple sélectionner l'image de 3



Avec Casio

Mode table : touche **MENU** sélectionner **TABLE**
 Touche **Y=** et choisir **GRAPH** touche **EXE** ou autre F
 Mettre la valeur dans un petit fenêtrage dans la mémoire X par exemple pour l'image de 3
 Touches **←** **→** **EXE** pour **EXE**
EXE correspond à la touche de stockage de la mémoire
 Introduction **3** touche **EXE** ; l'axe des ordonnées de la fonction à afficher (pour notre exemple Y1) Valider avec **EXE**



Savoir faire : Savoir définir et enregistrer une nouvelle fonction et la sélectionner

Avec TI

Touche **Y=**
 Introduire la nouvelle fonction
 ou modifier en Y1
 Pour **graph** ou **table**
 Touche **ENTRÉE** pour modifier la valeur de la fonction choisie



Avec Casio

Mode graphique : touche **MENU** choisir **GRAPH**
 Introduire la nouvelle fonction par exemple en Y2
 Puis **GRAPH**
 Le tableau de valeurs est le auto mat à jour
 Touche **MENU** choisir **TABLE** puis **Y=**
 Utiliser les flèches **←** et **→** pour se déplacer

