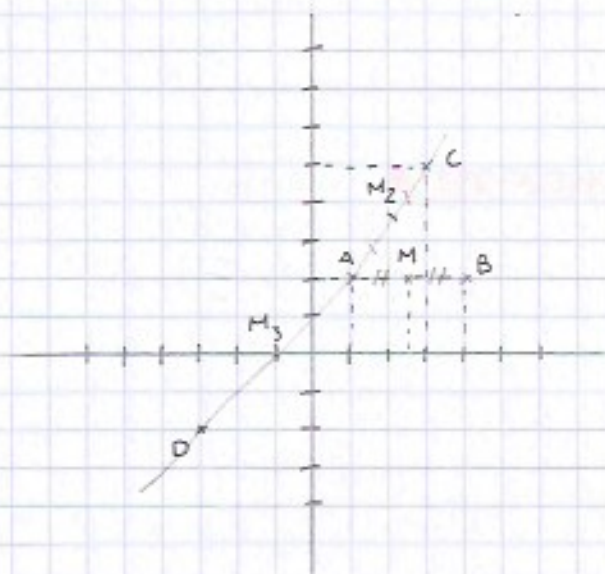


1. COORDONNÉES DU MILIEU D'UN SEGMENT



$$A(1;2)$$

$$B(4;2)$$

$$C(3;5)$$

$$D(-3;-2)$$

$$M\left(\frac{5}{2}; 2\right)$$

$$M_2\left(\frac{4}{2}; \frac{7}{2}\right)$$

$$M_3(-1,0)$$

Propriété

Soit $(O; I; J)$ un repère du plan. $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Alors le milieu M de $[AB]$ a pour coordonnées $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Exemples d'application

Soit $(O; I; J)$ un repère $A(3;5)$ et $B(-2;-4)$

1°) Détermine les coordonnées de M milieu de $[AB]$.

2°) Détermine les coordonnées de B' symétrique de B par rapport à A .

1°) M est le milieu de $[AB]$. Donc

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{5 + (-4)}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

2°) B' est le symétrique de B par rapport à A .
Donc A est le milieu de $[BB']$

$$x_A = \frac{x_B + x_{B'}}{2}$$

$$\text{soit } 3 = \frac{-2 + x_{B'}}{2}$$

$$\text{donc } 6 = -2 + x_{B'}$$

$$\text{donc } x_{B'} = 8$$

$$y_A = \frac{-5 + 5}{2} \quad \text{soit} \quad 5 = \frac{-5 + 5}{2}$$

$$\text{donc} \quad 10 = -5 + y_{B'}$$

$$\text{donc} \quad y_{B'} = 15$$

Donc $B'(8; 15)$

Exemple d'application 2

Soit $(O; I, J)$ un repère. $A(1; 5)$, $B(-3; -2)$ et $C(-2; 4)$

1°) Détermine les coordonnées du milieu de $[AC]$

2°) Détermine les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit parallélogramme.

$$1^\circ) x_M = \frac{1 + (-2)}{2} \quad / \quad y_M = \frac{5 + 4}{2} \quad M\left(\frac{-1}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

2°) $ABCD$ parallélogramme, donc M est le milieu de $[BD]$

$$x_M = \frac{x_B + x_D}{2}$$

$$\text{Donc} \quad \frac{-1}{2} = \frac{-3 + x_D}{2}$$

$$-1 = -3 + x_D$$

$$x_D = 2$$

$$y_M = \frac{y_B + y_D}{2}$$

$$\text{Donc} \quad \frac{9}{2} = \frac{-2 + y_D}{2}$$

$$9 = -2 + y_D$$

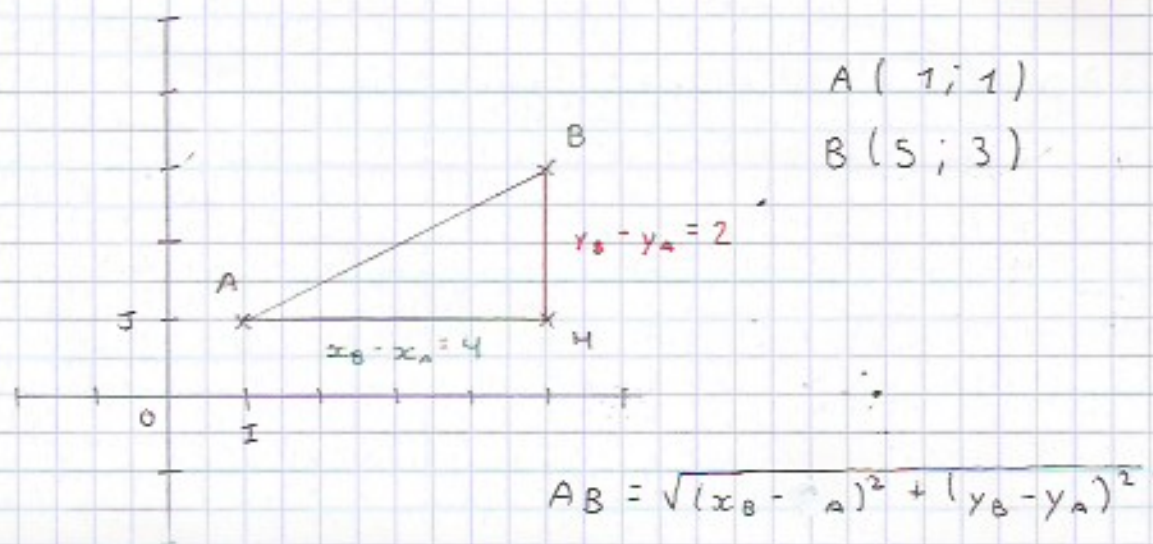
$$y_D = 11$$

Donc $M(2; 11)$

H. FORMULE POUR CALCULER UNE DISTANCE DANS UN REPERE ORTHONORME

Attention

Cette formule ne s'applique que dans les repères orthonormaux.



Le triangle ABH est rectangle en H. Donc je peux utiliser le théorème de Pythagore.

$$\text{Donc } AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Application

Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé, soit $A(-2; 3)$ et $B(-5; 2)$. Calcule $[AB]$.

$$A(-2; 3) \quad B(-5; 2)$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-5 + 2)^2 + (-1)^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 1}$$

$$AB = \sqrt{10}$$

Application #2

On reprend le parallélogramme ABCD avec $A(1; 5)$, $B(-3; -2)$, $C(-2; 4)$ et $D(2; 11)$.

1°) ABCD est-il un rectangle ?

2°) ABCD est-il un losange ?

$$\begin{aligned}1^{\circ}) \quad AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\&= \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} \\&= \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BD &= \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \\&= \sqrt{(-1)^2 + 4^2} \\&= \sqrt{17}\end{aligned}$$

