# Fonctions affines.

## I.Définition.

*Définition*

On appelle fonction affine une fonction $f$ dont l'expression est de la forme $f(x) = mx + p$.
$m$ est appelé le coefficient directeur et $p$ l'ordonnée à l'origine. Si $m = 0$ on dit que la fonction est constante.

## II.Représentation graphique d'une fonction affine.

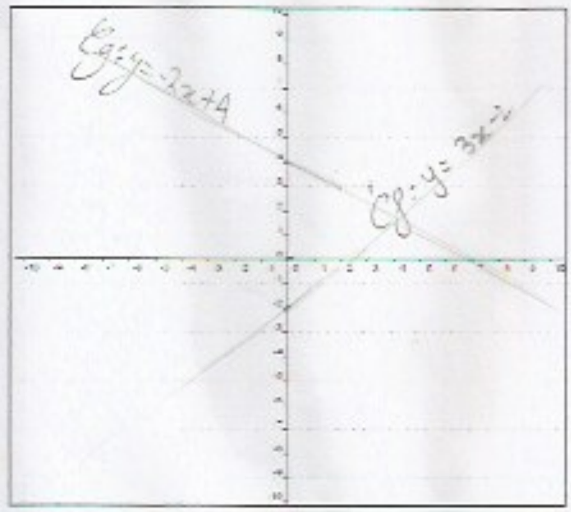
*Propriété*

La courbe représentative d'une fonction affine est une droite.
Si $m = 0$ c'est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

☐ Savoir faire : Savoir représenter une fonction affine dont on connait l'expression :

Soit $f$ et $g$ les fonctions définies par
$f(x) = 3x - 2$ et $g(x) = -2x + 4$.
Construire $C_f$ et $C_g$.

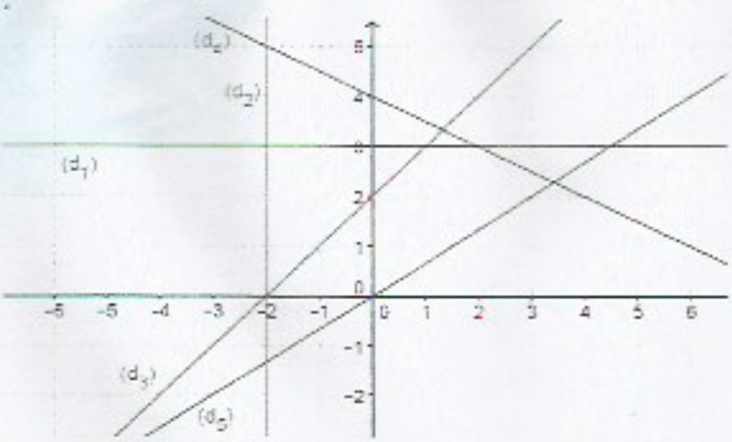
$f$ et $g$ sont des fonctions affines donc leurs courbes sont des droites.




*Propriété*

Soit $f$ une fonction affine alors pour tous nombres $a$ et $b$ $(a \neq b)$ son coefficient directeur vérifie $m = \frac{f(a)-f(b)}{a-b}$

☐ Savoir faire : Savoir déterminer graphiquement l'équation d'une droite :




Donne sans justification les équations des droites représentées ci-contre.

($d_1$) : $y = 3$

($d_2$) : $x = -2$

($d_3$) $y = x + 2$

($d_4$) $y = -2x + 4$

($d_5$) $y = \frac{2}{3}x$

Remarque : l'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées

## III.Variations d'une fonction affine.

Si $m > 0$ la fonction est strictement croissante sur $IR$.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| Variations de $f$ | ↗ | |

Si $m < 0$ la fonction est strictement décroissante sur $IR$.

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| Variations de $f$ | ↘ | |

## IV.Signes d'une fonction affine.

☑ Savoir faire : Savoir résoudre une équation du premier degré

1) Résoudre l'équation $(E_1)$ : $-2x+3=0$.

$-2x+3=0 \quad -2x=-3 \quad x=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}=1{,}5$

2) Traduire ce résultat graphiquement.

La droite d'équation $y=-2x+3$ coupe l'axe des abscisses en $\left[\frac{3}{2};0\right]$

3) Résoudre l'équation $(E_2)$ : $-2x+3=3x-12$.

$-2x+3=3x-12 \quad -2x=3x-15 \quad -5x=-15 \quad x=\frac{-15}{-5}=3$

4) Traduire ce résultat graphiquement.

les droites qui ont pour équation $y=-2x+3$ et $y=3x-12$ se coupe dans l'axe des abscisses en 3

☑ Savoir faire : Savoir résoudre une inéquation du premier degré

1) Résoudre l'équation $(I_1)$ : $-2x+3<0$.

$-2x+3<0 \quad (I_1) : -2x<-3 \quad (I_1) : x>\frac{3}{2} \quad S(I_1) : \left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

2) Traduire ce résultat graphiquement.

la droite d'équation $y=-2x+3$ est en dessous de l'axe des abscisses sur l'intervalle $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$

**Propriété**

Soit $f$ une fonction affine dont l'expression est de la forme $f(x) = mx + p$, avec $m \neq 0$.
L'équation $f(x) = 0$ a une unique solution qui est $x = -\frac{p}{m}$ ( la droite coupe l'axe des abscisses en 1 seul point )

On en déduit les tableaux de signes :

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{p}{m}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Si $m > 0$ Signes de $f(x) = mx+p$ | ↗ | | |

| $x$ | $-\infty$ | $-\frac{p}{m}$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| Si $m < 0$ Signes de $f(x) = mx+p$ | ↘ | | |

☑ Savoir faire : Savoir résoudre des inéquations du 2° degré et des inéquations rationnelles.

Résoudre : $(I_1) : \frac{(-2x+2)(2x-1)}{(-x+3)(1+x)} \leq 0$

$-2x+2=0 \quad 2x-1=0 \quad -x+3=0 \quad 1+x=0$
$-2x=-2 \quad 2x=1 \quad -x=-3 \quad x=-1$
$x=1 \quad x=0{,}5 \quad x=3$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0{,}5$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1+x$ | | − | 0 | + | | + | | + | | + | |
| $2x-1$ | | − | | − | 0 | + | | + | | + | |
| $-2x+2$ | | + | | + | | + | 0 | − | | − | |
| $-x+3$ | | + | | + | | + | | + | 0 | − | |
| $I_1$ | | + | ‖ | − | 0 | + | 0 | − | ‖ | + | |

Donc $S(I_1) = ]-1;0{,}5] \cup [1;3[$