

Quotients égaux

I. Quotients égaux.

☉ Exemple 1:

20 pirates découvrent un trésor composé de 240 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont 12 chacun.
 10 pirates découvrent un trésor composé de 120 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont 12 chacun.
 5 pirates découvrent un trésor composé de 60 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont 12 chacun.
 40 pirates découvrent un trésor composé de 480 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont 12 chacun.
 Ils ont autant de pièces chacun, si on multiplie le nombre de pirates et le nombre total de pièces, par un même nombre.

☉ Exemple 2:

$$\begin{array}{r|l} 15 & 2 \\ \hline & 7,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 6 \\ \hline & 7,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 20 \\ \hline & 7,5 \end{array}$$

Propriété (admise)

On ne change pas le quotient de deux nombres si on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre.

Le quotient de 10 par 4 est le même que le quotient de 30 par 12.

Le quotient de 20 par 6 est le même que le quotient de 80 par 24.

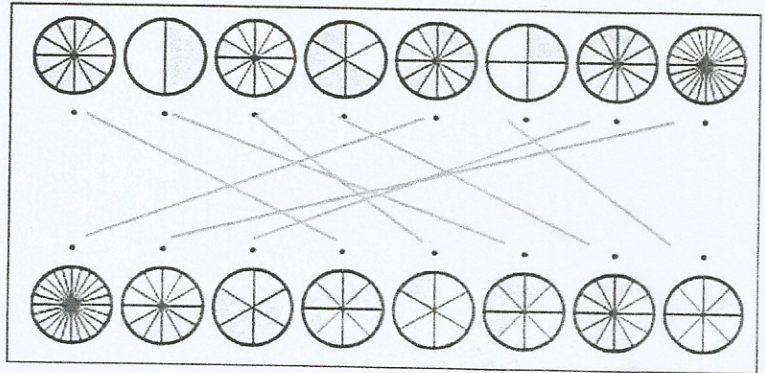
Le quotient de 30 par 9 est le même que le quotient de 10 par 3.

II. Fractions égales.

Relier les fractions égales

$$\frac{9}{12} = \frac{6}{8} ; \frac{1}{2} = \frac{4}{8} ; \frac{2}{12} = \frac{1}{6} ; \frac{4}{6} = \frac{8}{12} ;$$

$$\frac{11}{12} = \frac{22}{24} ; \frac{1}{4} = \frac{2}{8} ; \frac{10}{12} = \frac{5}{6} ; \frac{10}{24} = \frac{5}{12} ;$$



Propriété (admise)

On ne change pas la valeur d'un quotient en écriture fractionnaire si l'on multiplie (ou si on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre différent de zéro.

Traduction en langage mathématique

Pour tous nombres a, b et c (b et c différents de zéro) : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$

Exemples :

Trouve la fraction égale à $\frac{3}{5}$ dont le dénominateur est 20

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

Trouve la fraction égale à $\frac{20}{30}$ dont le numérateur est 4.

$$\frac{20}{30} = \frac{4 \times 5}{6 \times 5} = \frac{4}{6}$$

Il y a une infinité... de fractions égales à une fraction donnée.

III. Simplifications de fractions.

Dans une fraction, lorsque le numérateur et le dénominateur ont un diviseur en commun alors on peut simplifier par ce facteur : Pour tout nombre réel a et pour tous nombres réels b et c non nuls, on a : $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$.

Exemples :

- Simplifie la fraction $\frac{45}{35}$ par 5 : $\frac{45}{35} = \frac{9 \times 5}{7 \times 5} = \frac{9}{7}$
- Simplifie la fraction $\frac{48}{54}$ par 6 : $\frac{48}{54} = \frac{6 \times 8}{6 \times 9} = \frac{8}{9}$
- Simplifie la fraction $\frac{36}{24}$ le plus possible : $\frac{36}{24} = \frac{6 \times 6}{4 \times 6} = \frac{6}{4} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$

Définition

On dit qu'une fraction est irréductible si elle est simplifiée au maximum.

Savoir-faire

Ecrire la fraction $\frac{60}{45}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{60}{45} = \frac{12 \times 5}{9 \times 5} = \frac{12}{9} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3} = \frac{4}{3}$$

Remarque : on peut simplifier en une seule étape en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers. $\frac{60}{45} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$

Savoir-faire

Ecrire la fraction $\frac{36}{128}$ sous la forme d'une fraction irréductible en une étape de simplification.

$$\frac{36}{128} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{9}{32}$$

IV. Fractions égales et produit.

On peut traduire une égalité de fractions par une égalité de produits.

Propriété (démontrée)

Les affirmations suivantes sont équivalentes : $\odot \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\odot a \times d = b \times c$

Pour tous nombres a, b, c et d (c et d différents de zéro).

Exemple : $\frac{18}{15} = \frac{6}{5}$ et $18 \times 5 = 90 = 15 \times 6$.

Savoir-faire

1. Trouve x tel que : $\frac{x}{3} = \frac{7}{4}$.

2. Trouve x tel que : $\frac{5}{3} = \frac{6}{x}$.

1- $4x = 3 \times 7$
 $4x = 21$
 $x = \frac{21}{4}$

2- $5x = 3 \times 6$
 $5x = 18$
 $x = \frac{18}{5}$