

Fonctions polynômes du second degré.

I. Définition.

Définition

On appelle fonction polynôme de degré 2 ou trinôme du second degré, toute fonction f définie sur \mathbb{R} par une expression de la forme : $f(x) = ax^2 + bx + c$. où les coefficients a , b et c sont des réels donnés avec $a \neq 0$.

☑ Savoir faire : Savoir reconnaître les coefficients d'un trinôme du second degré :
Identifie les coefficients des trinômes suivants :

◆ $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$

◆ $g(x) = x^2 - x$

◆ $h(x) = -x^2 + 3$

◆ $i(x) = (2x + 5)(-x + 4)$

.....

II. Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré.

Exemple :

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 2x^2 - 20x + 10$.

On veut exprimer la fonction f sous sa forme canonique : $f(x) = \dots (x - \dots)^2 + \dots$

.....

Forme générale:

.....

Définition

Toute fonction polynôme f du deuxième degré peut s'écrire sous la forme :
 où α et β sont deux nombres réels.
 Cette écriture s'appelle la forme canonique de f .

Remarque : Si $f(x) = ax^2 + bx + c$. on a alors $\alpha = \dots$ et $\beta = \dots$

☑ Savoir faire : Savoir trouver la forme canonique d'un trinôme du second degré :
Détermine la forme canonique de la fonction f ayant pour expression $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.

.....

III. Représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré.

Propriété

Soit f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c$. La courbe représentative de f est une

Son sommet a pour abscisse $x_s = \dots\dots\dots$. La droite qui a pour équation est l'axe de symétrie de la courbe.

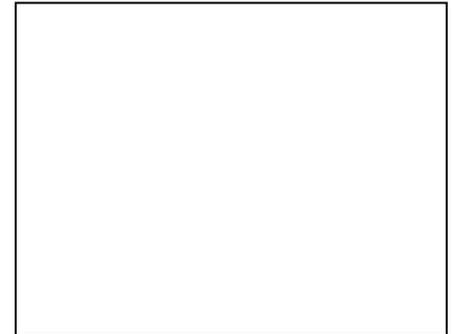
- ◆ Si $a < 0$ alors la parabole a les branches tournées vers le
- ◆ Si $a > 0$ alors la parabole a les branches tournées vers le

Remarque : En utilisant la forme canonique, on obtient directement les coordonnées du sommet de la parabole.

☑ Savoir faire : Savoir dresser le tableau de variations d'une fonction trinôme du second degré :

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = 2x^2 + 3x - 5$:

.....



2) Dresser le tableau de variations de la fonction f_1 définie par $f_1(x) = -x^2 + 2x + 3$:

.....



IV. Résolution d'une équation du second degré.

☑ Savoir faire : Savoir résoudre une équation produit nul du second degré :

Résoudre l'équation $(E_1) : (-2x + 3)(3x + 5) = 0$.

.....

Remarque : $(-2x + 3)(3x + 5) = \dots\dots\dots = -6(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$

☑ Savoir faire : Savoir résoudre une équation du type $(E) : x^2 = a$:

Résoudre les équations suivantes :

- ◆ $(E_1) : x^2 = 16$
- ◆ $(E_2) : x^2 = 13$
- ◆ $(E_3) : x^2 = 0$
- ◆ $(E_4) : x^2 = -4$

.....

☑ Savoir faire : Savoir factoriser une expression avec un facteur commun ou avec une identité remarquable:

◆ $f(x) = 2(x+1)(x-3) - 3(x+1)^2$

◆ $g(x) = x^2 - 25$

◆ $h(x) = (x+1)^2 - (2x+3)^2$

.....

.....

.....

.....

Définition

On appelle discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$, le nombre réel, noté Δ , égal à $b^2 - 4ac$.

☑ Savoir faire : Savoir calculer le discriminant d'un trinôme :

Dans chaque cas ci-dessous calcule le discriminant :

◆ $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$

◆ $g(x) = x^2 - x$

◆ $h(x) = -x^2 + 3$

◆ $i(x) = (2x + 5)(-x + 4)$

.....

.....

.....

Remarque : En utilisant la forme canonique on obtient :

.....

.....

.....

Propriété

Soit f une fonction polynôme du deuxième degré définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ alors

- Si $\Delta = 0$:

- Si $\Delta > 0$:

☑ Savoir faire : Savoir factoriser une expression du second degré :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + x - 6$.

.....

.....

.....

Application aux équations du second degré.

Propriété

Soit Δ le discriminant du trinôme $ax^2 + bx + c$.

- Si $\Delta < 0$:

- Si $\Delta = 0$:

- Si $\Delta > 0$:

☑ Savoir faire : Savoir résoudre toutes les équations du second degré :

◆ $(E_1) : x^2 + x - 6 = 0$

◆ $(E_2) : -2x^2 - 4x + 30 = 0$

◆ $(E_3) : -x^2 + 3x - 5 = 0$

.....

.....

.....

.....

V. Signes d'une fonction polynôme du second degré.

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Savoir faire : Savoir résoudre les inéquations du second degré graphiquement :

1) Résoudre les inéquations suivantes :

◆ $(I_1) : x^2 + x - 6 > 0$

◆ $(I_2) : -2x^2 - 4x + 30 \leq 0$

.....

.....

x	
Signe de x^2+x-6	

x	
Signe de $-2x^2-4x+30$	

.....

.....

2) Soit f et g les fonctions définie sur \mathbb{R} par
 $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$ et $g(x) = x^2 + x - 6$.

.....

