

Fonctions de référence.

I. Sens de variation d'une fonction.

Définition

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- Dire que f est croissante sur I (respectivement strictement croissante sur I) signifie que pour tous réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$ (respectivement si $a < b$ alors $f(a) < f(b)$).
- Dire que f est décroissante sur I (respectivement strictement décroissante sur I) signifie que pour tous réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$ (respectivement si $a < b$ alors $f(a) > f(b)$).
- Dire que f est constante sur I signifie que pour tous réels a et b de I : $f(a) = f(b)$.
- Dire que f est monotone sur I signifie que f est soit croissante sur I , soit décroissante sur I .

Remarques:

- On dit qu'une fonction croissante conserve l'ordre. Les images sont rangées dans le même ordre que les antécédents.
- On dit qu'une fonction décroissante renverse l'ordre. Les images sont rangées dans l'ordre contraire des antécédents.
- Une fonction constante sur I peut être considérée comme croissante et décroissante sur I .

II. La fonction carrée.

Définition

La fonction carré est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

Sens de variations

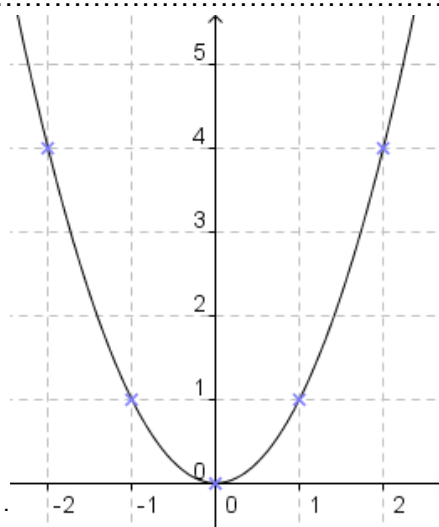
La fonction carré est strictement

Démonstration :

x	
Variations de f	

x	
signes de f	

Remarques :



III. La fonction inverse.

Définition

La fonction inverse est la fonction i définie sur

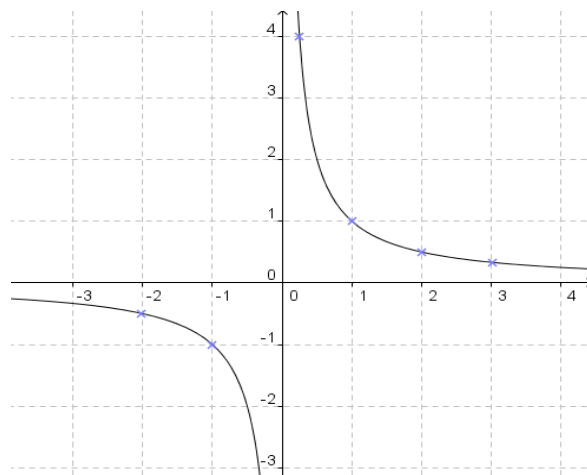
Sens de variations

La fonction

Démonstration :

x	
Variations de i	

x	
signes de i	



Remarques :

IV. La fonction racine carrée.

Définition

La fonction racine carrée est la fonction r définie sur

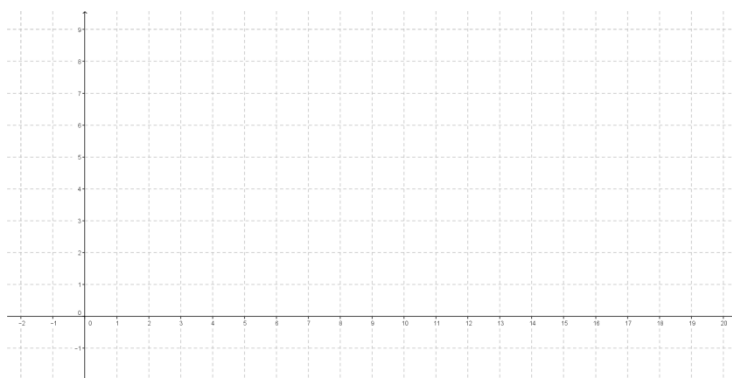
Sens de variations

La fonction

Démonstration (exigible) :

x	
Variations de r	

x	
signes de r	



IV. La fonction valeur absolue.

1) Valeur absolue d'un nombre

Définition

La valeur absolue d'un nombre A est égal au nombre A si A est positif, et au nombre $-A$ si A est négatif.
La valeur absolue de A se note $|A|$.

Exemples :

Propriété

Soit x et y deux nombres réels.

- 1) $|x| \geq 0$ 2) $|-x| = |x|$ 3) $\sqrt{x^2} = |x|$ 4) $|x| = 0$ équivaut à $x = 0$
- 5) $|x| = |y|$ équivaut à $x = y$ ou $x = -y$ 6) $|xy| = |x| \times |y|$ 7) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$ pour $y \neq 0$

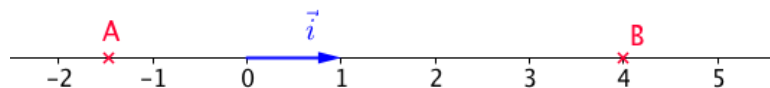
Exemples :

2) Distance et valeur absolue

Définition

Soit a et b deux nombres réels. Sur une droite graduée munie d'un repère $(O, \vec{i})$, la distance entre les points A et B d'abscisses respectives les nombres a et b est le nombre $|a - b|$.
Ce nombre s'appelle aussi la distance entre les réels a et b et se note $d(a ; b)$.

Exemple : Calculer la distance entre les nombres $-1,5$ et 4 .



Propriété (inégalité triangulaire)

Soit x et y deux nombres réels. On a : $|x + y| \leq |x| + |y|$

Démonstration :

Dans un repère $(O, \vec{i})$, soit A et B deux points d'abscisses respectives x et $-y$.

3) Fonction valeur absolue

Définition

La fonction valeur absolue est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$.

Remarque :

.....

.....

Sens de variations

Démonstration :

.....

.....

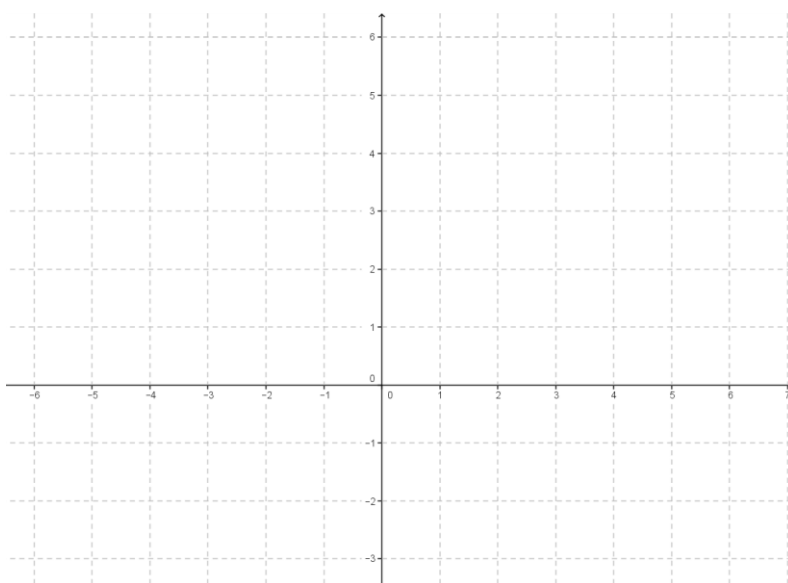
.....

.....

.....

x	
Variations de f	

x	
signes de f	



Remarques :

.....

.....

IV. Position relative de courbes.

Propriété

:- Si $0 \leq x \leq 1$, alors $x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$ - Si $x \geq 1$, alors $\sqrt{x} \leq x \leq x^2$.

Démonstration (exigible) :

Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on appelle C_r , C_f et C_c les courbes représentatives respectives des fonctions r , f et c telles que : $r(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x$, $c(x) = x^2$.

.....

.....

.....

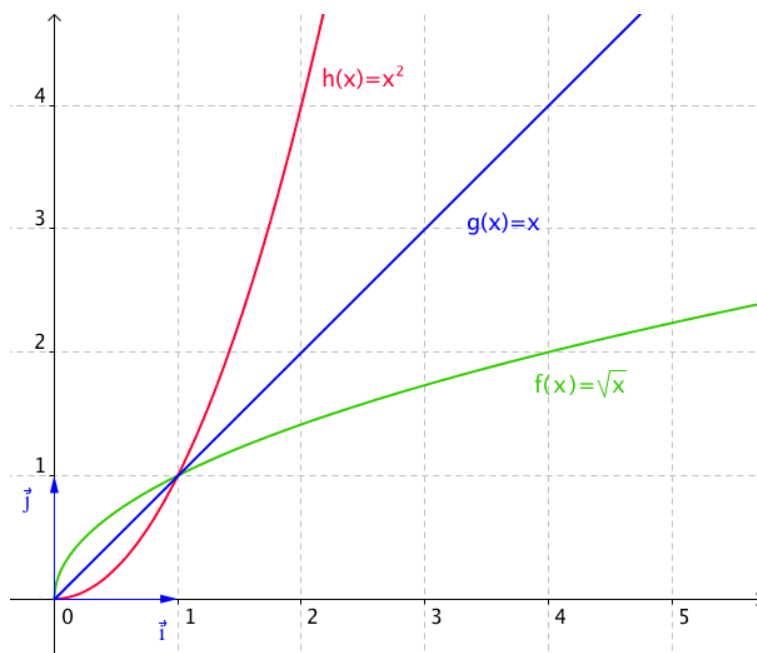
.....

.....

.....

Propriété

Remarques :



☑ Savoir faire : Savoir étudier la position relative de deux courbes :

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -x^2 + 8x - 11$ et $g(x) = x - 1$.

Etudier la position relative des courbes représentatives C_f et C_g .