

Correction devoir de mathématiques n°5.

Exercice 1:

1) (U_n) est une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 4$ et de raison 3
donc $\forall n, U_{n+1} = U_n + 3$ et $U_n = U_0 + n \times 3$

$$\text{Donc } U_1 = U_0 + n \times 3 = 4 + 1 \times 3 = 7$$

$$U_2 = U_0 + n \times 3 = 4 + 2 \times 3 = 10$$

$$U_3 = U_0 + n \times 3 = 4 + 3 \times 3 = 13$$

2) Pour tout n , on a $U_{n+1} = U_n + 3$ donc $U_n = 4 + 3n$, pour tout n .

3) Pour $\forall n$, on a $U_n = 4 + 3n$

$$\text{Donc pour } U_{100} : U_{100} = 4 + 3 \times 100 = 304$$

$$U_{1000} : U_{1000} = 4 + 3 \times 1000 = 3004$$

Exercice 2:

1) (W_n) est une suite géométrique de premier terme $W_0 = 5$ et de raison 2 donc $\forall n, W_{n+1} = W_n \times 2$ et $W_n = W_0 \times 2^n$

$$\text{Donc } W_1 = W_0 \times 2^1 = 5 \times 2 = 10$$

$$W_2 = W_0 \times 2^2 = 5 \times 2^2 = 20$$

$$W_3 = W_0 \times 2^3 = 5 \times 2^3 = 40$$

2) Pour tout n , on a $W_{n+1} = W_n \times 2$ donc $W_n = 5 \times 2^n$, pour tout n .

3) Pour $\forall n, W_n = 5 \times 2^n$

$$\text{Donc pour } W_{30} = 5 \times 2^{30} = 5\,368\,709\,120$$

Exercice XI.

• (U_n) est une suite arithmétique telle que $U_5 = 15$ et $U_{15} = 35$ donc $\forall n, U_{n+1} = U_n + r$ et $U_n = U_0 + r \times n$

$$U_{15} - U_5 = (U_0 + r \times 15) - (U_0 + r \times 5) = U_0 + 15r - U_0 - 5r = 10r$$

$$35 - 15 = 10r$$

Donc $\frac{20}{10} = r$ donc la raison de la suite (U_n) est 2.

$$U_n = U_0 + r \times n$$

$$\text{Donc } U_5 = U_0 + 2 \times 5$$

$$\text{Donc } 15 = U_0 + 10$$

$$\text{Donc } U_0 = 15 - 10 = 5$$

(U_n) est donc une suite arithmétique de premier terme $U_0 = 5$ et de raison $r = 2$

Soit la suite (U_n) définie par $U_n = 1 - \frac{1}{n} \quad \forall n > 0$.

$$1) \quad U_0 = 1 - \frac{1}{0} = 0$$

$$U_1 = 1 - \frac{1}{1} = 0$$

$$U_2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$U_3 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$U_4 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Ex II

$$3^\circ) \quad U_{n+1} - U_n = 1 - \frac{1}{n+1} - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = -\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n}$$

$$\text{Donc } U_{n+1} - U_n = \frac{-n}{n(n+1)} + \frac{n+1}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\text{Donc } \forall n, U_{n+1} - U_n > 0$$

$$\text{Donc } \forall n, U_{n+1} > U_n$$

Donc la suite (U_n) est croissante.

Ex III

1) $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 = 2$ Donc $\forall n, U_{n+1} = 2 \times U_n$

Donc la suite (U_n) est géométrique de raison 2.

2) La suite (V_n) de premier terme $V_0 = -1$ et définie par $V_n = 2n^2 - 1$

$$U_0 = 2 \times 0^2 - 1 = -1$$

$$U_1 = 2 \times 1^2 - 1 = 1$$

$$U_2 = 2 \times 2^2 - 1 = 7$$

$$U_1 - U_0 = 1 - (-1) = 2 \text{ et } U_2 - U_1 = 7 - 1 = 6$$

Donc la suite n'est pas arithmétique.

$$\frac{U_1}{U_0} = \frac{1}{-1} = -1 \neq \frac{U_2}{U_1} = \frac{7}{1} = 7$$

Donc la suite (V_n) n'est pas géométrique non plus.

3) La suite (W_n) de premier terme $W_0 = 2$ et définie par $W_n = 2 - 3n$

$$W_{n+1} - W_n = (2 - 3(n+1)) - (2 - 3n) = 2 - 3n - 3 - 2 + 3n = -3$$

$W_{n+1} - W_n$ est constant donc la suite (W_n) est arithmétique de premier terme $U_0 = 2$ et de raison $r = -3$.

Exercice VII:

1) Initialisation

$$S \rightarrow 0,95$$

$$n \rightarrow 0 \quad 1 \rightarrow n$$

$$U \rightarrow 0 \quad 0 \rightarrow U$$

Début de l'algo

Tant que $U < 0,95$

faire

$$N+1 \rightarrow N$$

$$1 - \frac{1}{N} \rightarrow U$$

Fin tant que

Fin de l'algo

2) A partir de $n = 20$ car

$$U_{20} = 0,95$$

Exercice VI:

1) Cet algorithme affiche la valeur d' U_0 pour la suite arithmétique de premier terme $U_0 = 3$ et de raison $r = 5$.

2) Cet algorithme affiche l'indice du premier terme inférieur à 50 de la suite arithmétique de premier terme $U_0 = 3$ et de raison $r = 5$.

3) Cet algorithme affiche la valeur U pour le $n^{\text{ème}}$ terme inférieur à 1 de la suite arithmétique de premier terme $U_0 = 10$ et de raison $r = 0,5$.