

Exercice 3 : Etude de fonction

• Partie A

- 1) Il faut que la production appartienne à l'intervalle $[2,5; 3,4]$ pour que le bénéfice soit supérieur à 13000 euros.
- 2) Le bénéfice maximal est d'environ 15000 euros, il est atteint pour 3000 poulis fabriqués.

• Partie B

$$B(x) = -5 + (4-x)e^x \quad x \in [0; 3,6]$$

$$1) a - B = w + u \times v \text{ avec } w(x) = -5 \quad v(x) = 4-x \quad v'(x) = e^x$$

$$\text{Donc } B' = u'v + v'u + w' \text{ avec } w'(x) = 0 \quad u'(x) = -1 \quad v'(x) = e^x$$

$$\text{Donc } B'(x) = 0 + (-1) \times e^x + e^x \times (4-x)$$

$$\text{Donc } B'(x) = [(-1) + (4-x)]e^x$$

$$B'(x) = (3-x)e^x$$

$$b - e^x > 0, \forall n \text{ donc } B'(x) \text{ est du même signe que } 3-x$$

$$\begin{aligned} 3-x &= 0 \\ -x &= -3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

c -	x	0	3	3,6
signe de $3-x$		+	0	-
Signe de $B'(x)$		+	0	-
Variation de B		-1	$5+e^3$	$5+0,4e^{3,6}$

$$B(0) = -1$$

$$B(3) = -5 + e^3$$

$$B(3,6) = 5 + 0,4e^{3,6}$$

$$2) a - * B(0) = -1 \text{ et } B(3) \approx 15,09 \text{ Donc } 13 \in [B(0); B(3)]$$

De plus B est continue et strictement croissante sur $[0; 3]$

Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $B(x) = 13$ admet une unique solution x_1 appartenant à $[0; 3]$

$$* B(3) \approx 15,09 \text{ et } B(3,6) \approx 9,64 \text{ Donc } 13 \in [B(3,6); B(3)]$$

De plus B est continue et strictement décroissante sur $[3; 3,6]$

Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $B(x) = 13$ admet une unique solution x_2 appartenant à $[3; 3,6]$

$$2,45 < x_1 < 2,46$$

$$3,39 < x_2 < 3,40$$

Grâce à la calculatrice.

3) a- $B' = uv$ avec $u(x) = 3-x$ et $v(x) = e^x$

$$B'' = u'v + v'u \text{ avec } u'(x) = -1 \text{ et } v(x) = e^x$$

$$\text{Donc } B''(x) = (-1) \times e^x + e^x \times (3-x)$$

$$\text{Soit } B''(x) = (-1 + 3 - x) e^x$$

$$\text{Donc } B''(x) = (2-x) e^x$$

$$2-x=0$$

$$-x = -2$$

$$x = 2$$

b-

x	0	2	3,6
signe de $B''(x)$	+	0	-
Convexité de B''	Convexe	Concave	

La fonction est donc convexe sur $[0; 2]$ et concave sur $[2; 3,6]$. Elle admet un point d'inflexion en 2.