Exercice 1 : QCM

1. $f = e^u$ avec $u(x) = -x^2$

donc $f' = u'e^u$ avec $u'(x) = -2x$

donc $f'(x) = -2x \times e^{-x^2}$ Donc F est une primitive de f / $f(x) = -2xe^{-x^2}$

donc réponse B : $f(x) = -2xe^{-x^2}$

2. (E) : $h(x) = 0 \iff (7x - 23)e^x = 0$

$e^x > 0$ donc (E) $\iff 7x - 23 = 0$

$7x = 23$

$x = \frac{23}{7}$

donc $S = \left\{ \frac{23}{7} \right\}$

donc réponse B : (E) a une solution sur $[0 ; +\infty[$

3. $g'(x) = 3x^2 - 9$

$g''(x) = 6x$

| $x$ | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| signe de $g''(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| convexité de g | concave | | convexe |

donc réponse B : $[0 ; +\infty[$

4. $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{11}$

donc $S = 2 + 2 \times 1{,}05^1 + \ldots + 2 \times 1{,}05^{11}$

donc $S = 2(1{,}05^1 + \ldots + 1{,}05^{11})$

donc $S = 2 \times \frac{1 - 1{,}05^{12}}{1 - 1{,}05}$

donc réponse A.

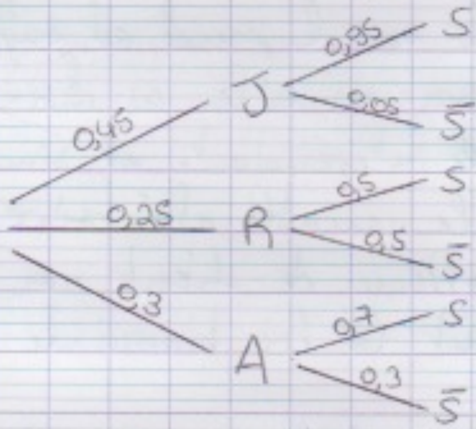
Exercice III : Probabilités.

1) a) $P(J) = \frac{900}{2000} = 0,45$ Donc la probabilité que le client choisi n'ait jamais subi de coupure prolongée de connexion est de 0,45.

$P(R) = \frac{500}{2000} = 0,25$ Donc la probabilité que le client choisi ait eu une coupure au cours des douze derniers mois est de 0,25.

$P(A) = \frac{2000-(500+900)}{2000} = \frac{600}{2000} = 0,3$. Donc la probabilité que le client choisi ait subi une coupure qui date de plus d'un an est de 0,3.

b)




La somme des probabilités des évènements élémentaires est égale à 1

$$\left( \begin{array}{l} P(J)+P(R)+P(A) = \\ 0,45+0,25+0,3 = 1 \end{array} \right)$$

2) $S \cap J$ est l'événement où le client choisi est satisfait <u>et</u> n'a jamais subi de coupure prolongée de connexion.

$P(S \cap J) = P(J) \times P_J(S) = 0,45 \times 0,95 = 0,4275$

3) La probabilité d'un évènement associé à plusieurs chemins est égale à la somme des probabil[ités] de chacune de ces chemins.

$P(S) = P(J \cap S) + P(R \cap S) + P(A \cap S)$

$= 0,4275 + 0,125 + 0,21$

$= 0,7625.$

4) On calcule la probabilité que le client ait subi une coupure prolongé de connexion dans les 12 derniers mois sachant que le client est satisfait.

C'est la probabilité conditionnelle de R sachant S.

$$P_S(R) = \frac{P(S \cap R)}{P(S)} = \frac{0,125}{0,7625} = 0,1639$$

5) On calcule la probabilité de l'évenement où le client se déclare non satisfait du service, soit l'évement contraire de S, qui se réalise lorsque S ne se réalise pas.

$$P(\bar{S}) = 1 - P(S) = 1 - 0,7625 = 0,2375.$$

On utilise la loi binomiale.

$$P(X=K) = \binom{n}{p} p^K (1-p)^{n-K}.$$

On admet que le panel est suffisamment important pour assimiler ces choix à des tirages successifs ~~et~~ indépendants et similaires.

Soit X la variable aléatoire définie par le nombre obtenu de client non satisfait, alors X suit la loi binomiale $B(3 ; 0,2375)$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} \times (0,2375) \times (0,7625)^2$$

Contrôle n°5

Exercice 4 : Etude de Fonction

- Partie 1

1) a- $f'(-1)=0$ car la tangente à $\mathcal{C}$ au point de C d'abscisse $-1$ est horizontale

b- $f'(2)$ est négatif car la fonction f est strictement décroissante sur $[-1;4]$

c- $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente au point B d'abcisse 0 appartenant à C (B semble être le point d'inflexion de $\mathcal{C}$

$f'(0)=-1$.

2) 1 unité d'aire = 16 carreaux

$\int_{-1}^{0} f(x)dx$ est l'aire de la surface délimitée par : $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses, la droite qui a pour équation $x=-1$ et la droite qui a pour équation $x=0$

$2 \text{ ua} < \int_{-1}^{0} f(x)dx < 3 \text{ ua}$

- Partie 2

1) $f(x)=(x+2)e^{-x}$

$f(-1)=(-1+2)e^{-(-1)}=1e^{1}=e$

2) a- $f=u\times v$ avec $u(x)=x+2$ et $v(x)=e^{-x}$

$f'=u'v+v'u$ avec $u'(x)=1$ et $v'(x)=-e^{-x}$

$f'(x)=1\times e^{-x}+(-e^{-x})\times(x+2)$

$=e^{-x}-xe^{-x}-2e^{-x}$

$=-e^{-x}-xe^{-x}$

$f'(x)=e^{-x}(-x-1)$

b- $e^{-x}$ est toujours positif donc $f'(x)$ est du même signe que $-x-1$. On pose (E) : $-x-1=0$

(E) : $x=-1$

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signes $f'(x)$ | | + | 0 | − | |
| Variations de $f$ | 0 | | $e$ | | $6e^{-4}$ |

3) a- $f(0) = 2$ et $f(3) = 0,248935$

Donc $1 \in [f(3), f(0)]$ De plus f est continue et strictement décroissante sur $[0;3]$ donc d'après le théorème des valeurs intermédiaire l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution $\alpha$ qui $\in$ à $[0;3]$

b- $1,14 < \alpha < 1,15$, on trouve cela grâce à la calculatri

4) $f'(x) = (-x-1)e^{-x}$ $\qquad f''(x) = xe^{-x}$

$e^{-x}$ est positif donc le signe de $f''(x)$ est du même signe que $x$.

| $x$ | $-2$ | | $0$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Signe de $f''(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| Convexité de $f$ | | concave | | convexe | |

f admet un point d'inflexion en B.

5) $F(x) = (-x-3)e^{-x}$

$F = u \times v$ avec $u(x) = -x-3$ et $v(x) = e^{-x}$

$F' = u'v + v'u$ avec $u'(x) = -1$ et $v'(x) = -e^{-x}$

$F'(x) = -1e^{-x} + (-e^{-x})(-x-3)$

$= -e^{-x} + xe^{-x} + 3e^{-x}$

$= e^{-x}(-1+x+3)$

$F'(x) = e^{-x}(x+2) = f(x)$