

Devoir de mathématiques spécialité n°1.

Durée du devoir : 1h, la calculatrice est autorisée.

Exercice I : Calculs matriciels.

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Calcule en écrivant les étapes nécessaires :

$$C = A + B ; D = 2A - 3B ; E = A \times B ; F = B \times A.$$

Exercice II : Calculs matriciels encore.

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 et A^3 .
2. Vérifier que $A^4 = I_2$. En déduire l'inverse de la matrice A .
3. On pose $B = A^2$. Déterminer, sans calcul, l'inverse de B .

Exercice III : Inverse d'une matrice d'ordre 2.

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Détermine les coefficients a, b, c et d pour que la matrice B soit l'inverse de A .

Exercice IV : Matrice et système.

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & 5 \\ 12 & 2 & -11 \\ -6 & -1 & 6 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -6 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. On considère le système suivant : $(S) = \begin{cases} -5x - y + 5z = 4 \\ 12x + 2y - 11z = -8 \\ -6x - y + 6z = 5 \end{cases}$.

- a. Traduire le système en langage matriciel en posant les matrices nécessaires.
- b. Résoudre le système (S) .

Exercice V : Matrice et trinôme du second degré.

On considère les points $A(-2 ; 2)$; $B(-1 ; -5)$ et $C(1 ; 1)$.

On cherche à déterminer les coefficients a , b et c

de la fonction d'expression $f(x) = ax^2 + bx + c$,

pour que A, B et C appartiennent à C_f .

1. Que peut-on dire du signe de a .
2. Que peut-on dire du signe de c .
3. Que peut-on dire du signe du discriminant.
4. Exprimer $f(-2)$ en fonction de a , b et c .
5. En déduire un système vérifié par a , b et c .
6. Résoudre le système et donner l'expression de f .

