

Nom :

Devoir de mathématiques n°4.

Durée du devoir : 2h, l'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice I : Courbes représentative de fonctions.

Associe à chaque expression la courbe représentative de la fonction.

Justifie ta réponse.

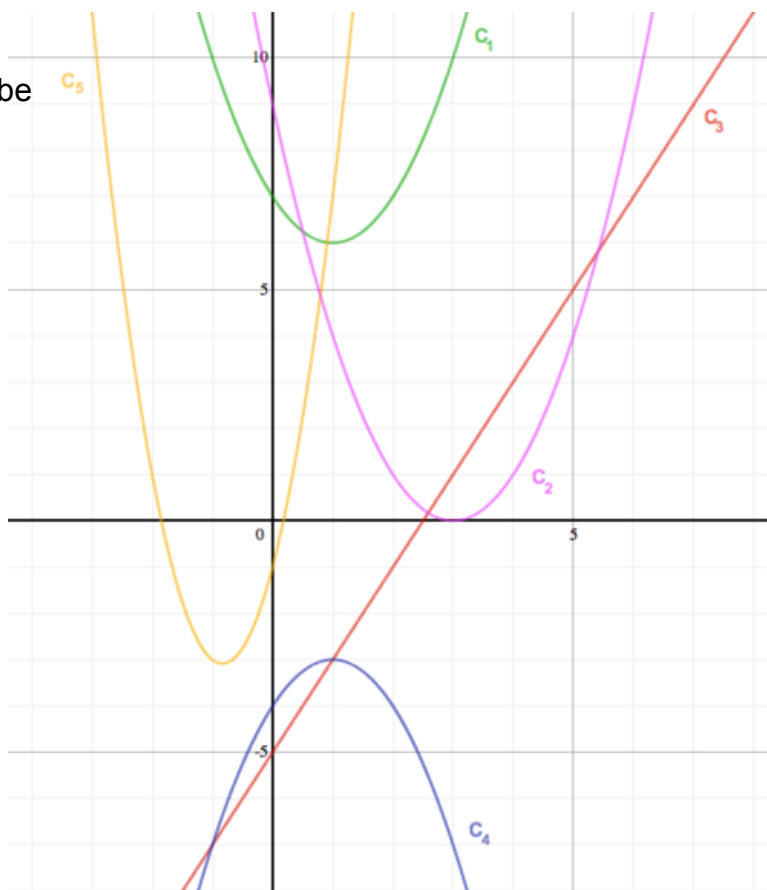
$$f_1(x) = 2x - 5$$

$$f_2(x) = x^2 - 2x + 7$$

$$f_3(x) = 3x^2 + 5x - 1$$

$$f_4(x) = -x^2 + 2x - 4$$

$$f_5(x) = x^2 - 6x + 9$$



Exercice II : Décrypteur de trinôme.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 7$.

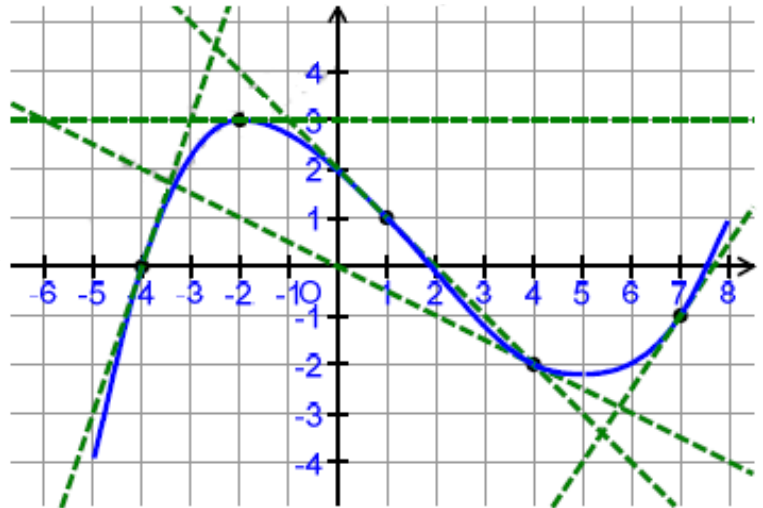
1. Décrire l'allure de la courbe représentative de f .
2. Déterminer les coordonnées du sommet de C_f .
3. En déduire la forme canonique de f .
4. Décrire les variations de f .
5. Etablir le tableau de variations de f .
6. Résoudre l'équation (E) : $f(x) = 0$.
7. En déduire la position de C_f .
8. En déduire la forme factorisée de f .
9. Etablir le tableau de signes de f .

Exercice III : Lecture graphique.

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

A l'aide du graphique :

1. Déterminer $f(-4)$; $f(-2)$; $f(1)$; $f(4)$ et $f(7)$.
2. Déterminer $f'(-4)$; $f'(-2)$; $f'(1)$; $f'(4)$ et $f'(7)$.
3. Déterminer le nombre de solutions de $f(x)=0$.
4. Déterminer le nombre de solutions de $f'(x)=0$.
5. Etablir le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
6. Etablir le tableau de signes de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.



Exercice IV : Etude de fonction.

Soit f , la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{x^2 + 3}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que $f'(x) = \frac{4(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 + 3)^2}$.
3. Etablir le tableau de signes de $f'(x)$.
4. Etablir le tableau de variations de f .
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

Exercice V : Etude de bénéfice.

Une entreprise produit des crayons de couleur en quantité journalière q (exprimée en milliers).

Lorsque la quantité q est comprise entre 4 et 10, on admet que le coût de production journalier, exprimé en euros, est donné par : $C(q) = q^3 - 48q + 600$.

L'entreprise vend chaque millier de crayons 99 euros.

1. En supposant que toute la production est vendue, déterminer la recette journalière en fonction de q .
2. Montrer que le bénéfice journalier $B(q)$, exprimé en euros est donné par :
 $B(q) = -q^3 + 147q - 600$ avec q appartenant à $[4 ; 10]$.
3. Déterminer l'expression de $B'(q)$.
4. Etudier le signe de $B'(q)$ sur $[4 ; 10]$ et en déduire le tableau de variations de B .
5. En déduire le nombre de crayons à produire pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice ?
6. Représenter graphiquement la fonction B .
7. Par lecture graphique, préciser les plages de productions donnant un bénéfice positif.

En espérant que vous passerez un moment agréable.