

Devoir de mathématiques spécialité n°3.

Partie II.

Durée du devoir : 1h, la calculatrice est autorisée.

Exercice III :

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

PARTIE A

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Calcule en écrivant les étapes nécessaires :

$$C = 2A - 5B ; D = A \times B ; E = B \times A.$$

2. Détermine par le calcul la matrice inverse de A.

PARTIE B

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

1. Montrer que $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. On considère le système suivant : $(S) = \begin{cases} -3x + 5y + 6z = 1 \\ -x + 2y + 2z = 2 \\ x - y - z = 3 \end{cases}$.

a. Traduire le système en langage matriciel en posant les matrices nécessaires.

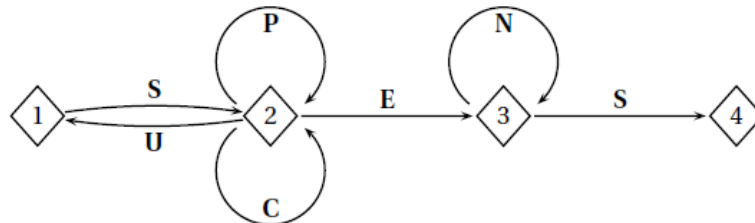
b. Résoudre le système (S).

Exercice IV : Baccalauréat ES Asie 19 juin 2013.

Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

Partie A

Pour accéder à sa messagerie, Antoine a choisi un code qui doit être reconnu par le graphe étiqueté suivant, de sommets 1, 2, 3 et 4 :



Une succession des lettres constitue un code possible si ces lettres se succèdent sur un chemin du graphe orienté ci-dessus, en partant du sommet 1 et en sortant au sommet 4. Les codes SES et SPPCES sont ainsi des codes possibles, contrairement aux codes SUN et SPEN.

1. Parmi les trois codes suivants, écrire sur votre copie le (ou les) code(s) reconnu(s) par le graphe.

SUCCÈS

SCÈNES

SUSPENS

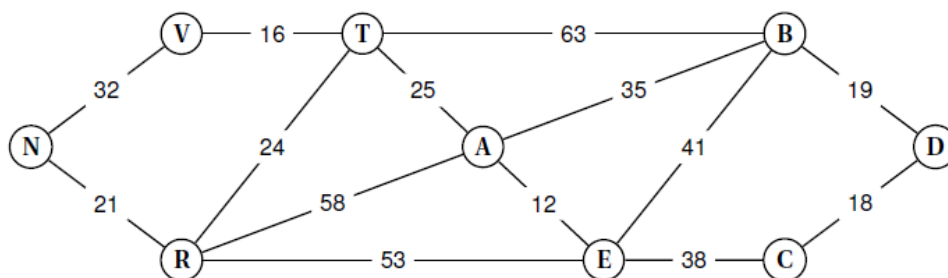
2. Recopier et compléter la matrice d'adjacence A associée au graphe. On prendra les sommets dans l'ordre 1-2-3-4.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

3. Avec une calculatrice on a calculé : $A^4 = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 8 & 3 \\ 12 & 29 & 20 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

En déduire le nombre de codes de 4 lettres reconnus par le graphe. Quels sont ces codes ?

Partie B



Antoine décide d'aller visiter neuf châteaux de la Loire.

Il a construit le graphe ci-dessus où les sommets représentent :

A : Amboise

B : Blois

C : Cheverny

D : Chambord

E : Chenonceau

T : Tours

V : Villedary

R : Azay-le-Rideau

N : Chinon

Sur les arêtes sont indiquées les distances en km

1. Antoine peut-il partir de Blois et y revenir, en parcourant une et une seule fois chacune des routes matérialisées par les arêtes de ce graphe ? On justifiera la réponse.
2. Déterminer le plus court chemin pour aller du château de Chambord au château de Chinon. On donnera le parcours ainsi que le nombre total de kilomètres.