VII - Droite numérique

Définition: On appelle une droite numérique, une droite graduée.

Propriété: À tout point de cette droite correspond un unique nombre. On l'appelle l'abscice du point. À tout nombre de $\mathbb{R}$ correspond à un et un seul point.

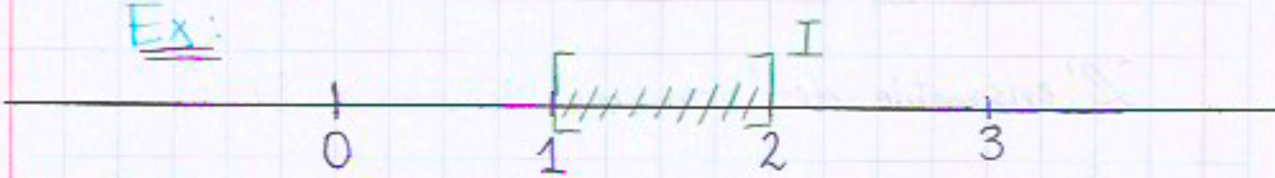
Chap 2 : Intervalles de $\mathbb{R}$

I - Définition

Soit a et b deux nombres réels $(a < b)$, on appelle intervalle fermé $[a ; b]$ l'ensemble des nombres x qui verifient $a \leq x \leq b$

On represente un intervale comme une partie de la droite numérique.

Ex :



$I = [1 ; 2]$ $1,2 \in I$; $1 \in I$; $2 \in I$; $1,9999 \in I$; $2,3 \notin I$

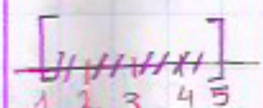
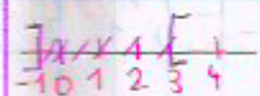
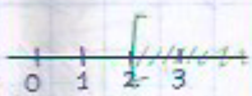
$$x \in [1 ; 2] \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$$

On définit de même l'intervale ouvert $]a;b[$ comme l'ensemble de nombres x qui vérifient $a < x < b$.
On définit les intervales semi ouvert $]a;b]$ et $[a;b[$ comme étant respectivement l'ensemble de nombres x, telsque $a < x \leq b$ et $a \leqslant x < b$.

On note $\mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$

Attention ! L'infinie n'est pas un nombre, c'est une idée, le croche est toujours ouvert.

Ex :

$1 \leqslant x \leqslant 5$	$x \in [1;5]$	
$-1 < x < 3$	$x \in]-1;3[$	
$2 \leqslant x$	$x \in$	

$\forall$ = quelque soit ; pour tout nombre ...

II - Inclusion d'Intervales

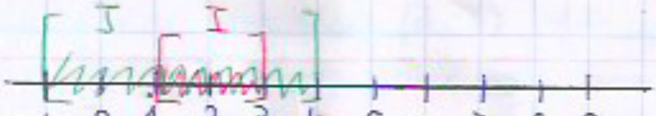
Définition :

Soient I et J deux intervales, on dit que I est inclue dans J, on le note $I \subset J$, si est seulement si tout nombre qui appartient à I appartient aussi à J.

- EX : $I = [1 ; 3]$ $J = [-1 ; 4]$

$\forall x \in I$; $1 \leq x \leq 3$ donc $-1 \leq x \leq 4$ donc $x \in J$.

Donc $[1 ; 3] \subset [-1 ; 4]$

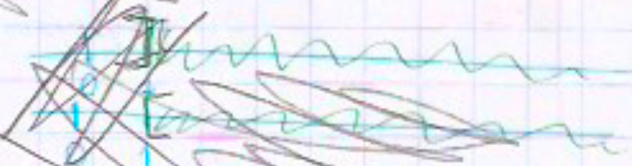


- Logique Vrai / Faux

$\cdot\ (x > 1) \Rightarrow (x \geq 1)$

$]1 ; +\infty[$

$[1 ; +\infty[$



Vrai car $]1 ; +\infty[\subset [1 ; +\infty[$

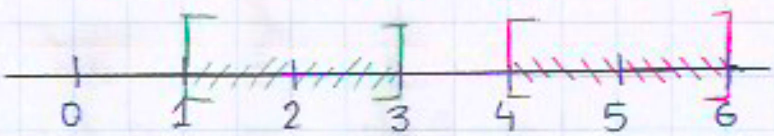
III - Intersection d'Intervale

Définition: Soit I et J intersections d'intervales, on appelle intersection de I et de J, notés $I \cap J$, l'ensemble des nombres x appartenant à I et l'ensemble de nombres x appartenant à I et à J. $(x \in I \cap J) \Leftrightarrow (x \in I \text{ et } x \in J)$

Ex:

- $I = [1;3]$ $J = [2;5]$ $I \cap J = [2;3]$

- $I = [1;3]$ $J = [4;6]$ $I \cap J = \emptyset$

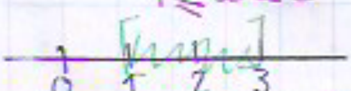


Logique Vrai/faux

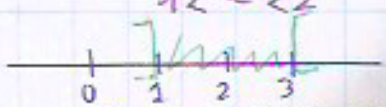
- $I \cap J \subset I$ Vrai car $(x \in I \cap J) \Rightarrow (x \in I \text{ et } x \in J)$
  $\Rightarrow (x \in I)$.

- $(I \subset J) \Rightarrow (I \cap J = I)$ Vrai car $I \subset J \Rightarrow \forall x \in I,$
  $x \in J \Rightarrow x \in I \cap J$.

$1 \leq x \leq 2$



$1 < x < 2$



Pour: bien comprendre les "[ ]" et "] ["

IV - Réunion d'intervalles

Définition : Soit I et J deux intervalles, on appelle réunion de I et J, noté $I \cup J$ (qui se lit I union J) l'ensemble des nombres appartenant à I ou à J

Ex : $I \cup J$ $I = [1;3]$ $J = [2;5]$ $I \cup J = [1;5]$