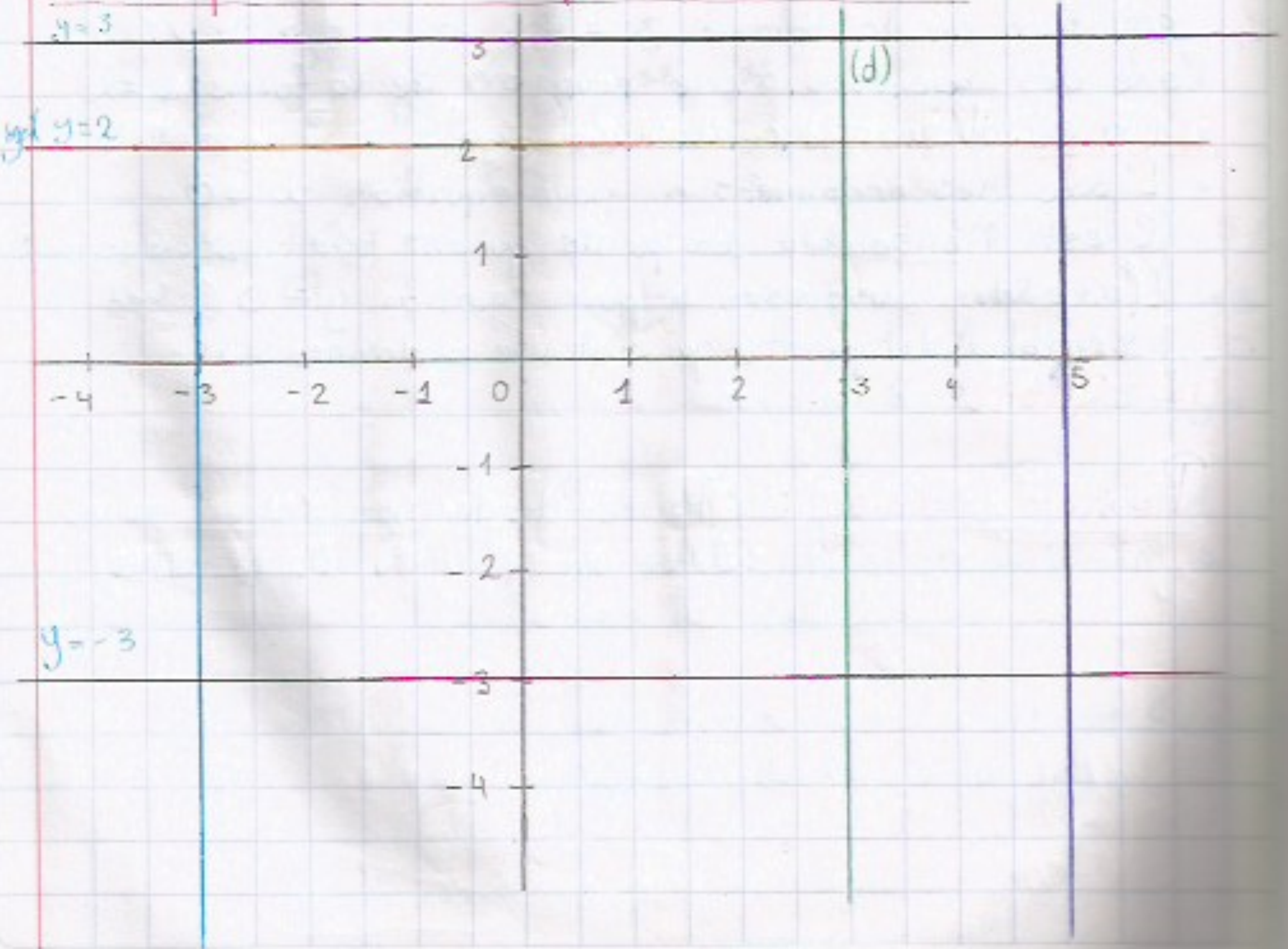
Chap 5: Équation de droite

I- Définition

Une droite est un ensemble de points alignés.
Dans un plan munit d'un repère on appelle équation de droite une égalité verifiée par les coordonnées de tout les points de la droite et qui caracterise tout les points de la droite et qui caractérise l'appartenance d'un point à la droite

II- Équation de droite paralèlle aux axes.



Tout point de la droite (d) a une abscisse égale à 3. De plus, tout point de l'abscisse 3 appartient à (d).

On dit que avoir une abscisse égale à 3 caractérise les points de la droite, on le traduit par l'équation : (d) : $x = 3$.

Propriété (admise) :

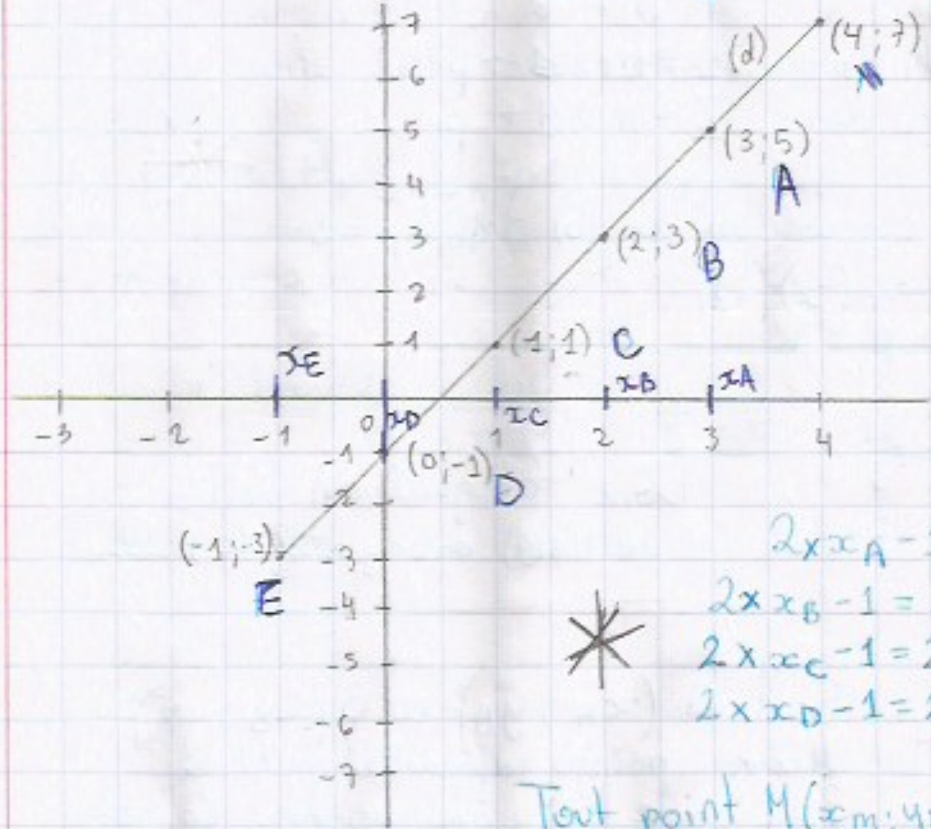
- Toute droite // à l'axe des ordonnées a une équation de la forme $x = k$. Toute droite // à l'axe des abscisses a une équation de la forme $y = k$

Remarque :

- L'axe des ordonnées a pour équation $x = 0$. (C'est l'ensemble des points qui ont une abscisse nulle)
- L'axe des abscisses a pour équation $y = 0$ (c'est l'ensemble de points qui ont une ordonnée nulle

III - Équations de droites non // aux axes

Propriété (admise) : Toute droite Non // aux axes admet une équation de la forme $y = mx + p$. m s'appelle le coefficient directeur et p s'appelle ordonnée à l'origine



$2 \times x_A - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5 = y_A$

$2 \times x_B - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3 = y_B$

$2 \times x_C - 1 = 2 \times 1 - 1 = 1 = y_C$

$2 \times x_D - 1 = 2 \times 0 - 1 = -1 = y_D$

Tout point $M(x_M ; y_M)$ appartient à la droite (d) si et seulement si $y_M = 2 \times x_M - 1$.

On dit que $y = 2x - 1$ est l'équation réduite de la droite (d)

Exemple : Soit A (1,4) et B(4;2), determiner l'équation réduite de la droite AB.

La droite AB n'est pas // aux axes, donc elle a une équation de la forme $y = mx + p$.

$A(\underline{1};\underline{4}) \in (d)$ donc $\underline{4} = m \times \underline{1} + p$
$B(\underline{4};\underline{2}) \in (d)$ donc $\underline{2} = m \times \underline{4} + p$

Donc $(m;p)$ est solution de $(S) : \begin{cases} m+p=4 \\ 4m+p=2 \end{cases}$

$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = -2 \quad (L_2)-(L_1) \\ m+p=4 \end{cases}$

$S \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-2}{3} \\ p = \frac{14}{3} \end{cases}$

Donc l'équation médiante de (AB) est $y = \frac{-2}{3}x + \frac{14}{3}$

Propriété : Soit $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points appartenants à une droite (d) qui a pour équation $y = mx + p$ alors $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$A \in (d)$ donc $y_A = m x_A + p$; $B \in (d)$ donc $y_B = m x_B + p$
Donc $y_B - y_A = (m x_B + p) - (m x_A + p)$
$= m x_B + p - m x_A - p$
$= m x_B - m x_A = m(x_B - x_A)$

Donc

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Application : Determiner l'équation réduite de la droite (MN) avec $M(-5;2)$ et $N(7;20)$

Les points M et N n'ont pas le même abscisse dont la droite (MN) a une équation de la forme $y = mx + p$

• $M = \frac{y_N - y_M}{x_N - x_M} = \frac{20-2}{7-(-5)} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

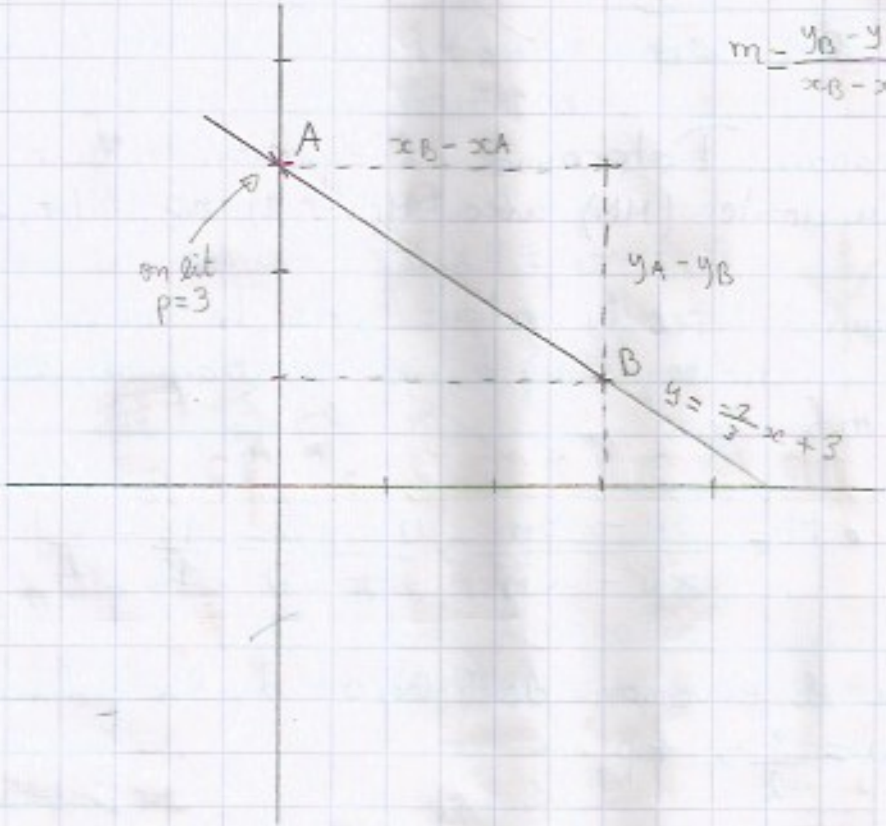
Donc l'équation de (MN) est de la forme $y = \frac{3}{2}x + p$

• $N \in (MN)$ donc ses coordonnées verifient l'équation

* Donc $y_N = \frac{3}{2}x_N + p$ soit $20 = \frac{3}{2} \times 7 + p$
* Donc $p = 20 - \frac{21}{2} = \frac{19}{2}$
* Donc (MN) a pour équation : $y = \frac{3}{2}x + \frac{19}{2}$

Application n°2 : Lecture graphique d'une équation de droite

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2}{3}$$



Droite parallèle, droite perpendiculaire

Propriétés (admises) : ① Deux droites sont // si et seulement si elles ont le même coefficient directeur

$(d) : y = mx + p$ et $(d_1) : y = m_1 x + p_1$

$(d) // (d_1) \Leftrightarrow m = m_1$

(2) Deux droites sont $\perp$ si seulement si le produit de leurs coefficients directeurs est égal à -1.

* <u>Application</u>:

Soit $(d) : y = 4x + 2$.

1°) $A \in (d) / x_A = -3$. Calcule y_A.

2°) Soit $(d_1) \perp (d)$ et passant par A
Determiner l'équation réduite de (d_1)

3°) Soit $(d_2) \parallel (d)$ et passant par $B(5;3)$
Determiner l'équation réduite de (d_2).

4°) Représenter (d), (d_1), (d_2)

1°) $A \in (d)$ donc ses coordonnées vérifient l'équation de (d) $y_A = 4x_A + 2$ Donc $y_A = 4 \times (-3) + 2 = -10$
$A(-3;-10)$

2°) $(d_1) \perp (d)$ donc (d_1) a une équation de la forme $y = \frac{-1}{4}x + p$

$A \in (d_1)$ donc $y_A = \frac{-1}{4} x_A + p$

Soit $-10 = \frac{-1}{4} \times (-3) + p$
Donc $-10 = \frac{3}{4} + p$
Donc $p = \frac{-43}{4}$

Donc (d_1) a pour équation $y = \frac{-1}{4}x - \frac{43}{4}$

3°) $(d_2) \parallel (\Delta)$ donc (d_2) a une équation de la forme $y = 4x + p$.

$B \in (d_2)$ donc $y_B = 4x_B + p$
Soit $3 = 4 \times 5 + p$
Donc $3 = 20 + p$
Donc $p = -17$

Donc (d_2) a pour équation $y = 4x - 17$