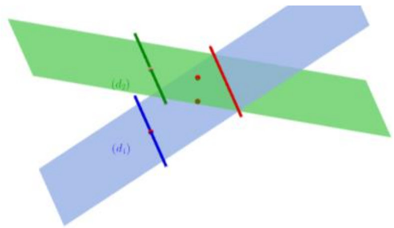
Géométrie dans l'espace.

☺ Droites et plans.

Théorème du toit :



$(P_1) \cap (P_2) = (\Delta)$.

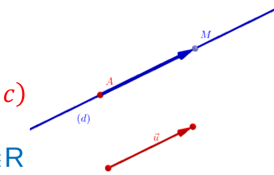
Si $(d_1) \in (P_1)$ et $(d_2) \in (P_2)$ telles que $(d_1) // (d_2)$

alors $(d_1) // (d_2) \ // (\Delta)$

ROC : démonstration avec les vecteurs directeurs.

☺ Vecteurs dans l'espace.

Représentation paramétrique d'une droite :



La (d) passant par $A(x_A, y_A, z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(a, b, c)$

est l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$

♦ A, B et C non alignés. Le plan (ABC) est l'ensemble des points M définis par $\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB} + y\,\overrightarrow{AC}$

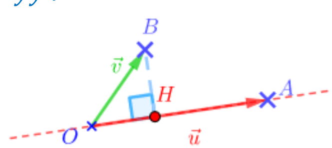
☺ Produits scalaires dans le plan (1°).

Def : Soit 2 vecteurs $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$

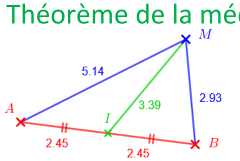
- ♦ $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.
- ♦ $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\ \cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$.
- ♦ Dans un repère orthonormé, $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy'$.

Produit scalaire et orthogonalité :

- ♦ $\vec{u}.\vec{v} = 0 \iff \vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux.
- ♦ $\vec{u}.\vec{v} = \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OH}$

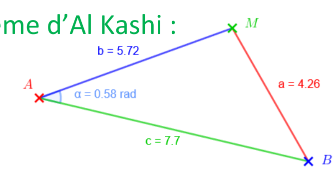


Théorème de la médiane :



$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$$

Théorème d'Al Kashi :



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\hat{A})$$

Equation de cercle : $C(A, r) : (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$.

Trigonométrie :

$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\sin(a)$

☺ Produits scalaires dans l'espace.

Def : ♦ $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$.

♦ $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\ \cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})$.

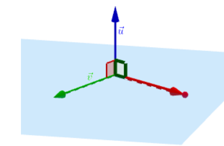
♦ Dans un repère orthonormé, $\vec{u}.\vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

☺ $\vec{u}.\vec{u} = \|\vec{u}\|^2$ ☺ $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ ☺ $\vec{u}.(\vec{v}+\vec{w}) = \vec{u}.\vec{v} + \vec{u}.\vec{w}$ ☺ $(k.\vec{u}).\vec{v} = k\vec{u}.\vec{v}$

☺ $\vec{u}.\vec{v} = 0 \iff \vec{u}$ et $\vec{v}$ orthogonaux.

Vecteur normal à un plan :

ROC : Un vecteur non nul $\vec{n}$ de l'espace est normal à un plan *P* s'il est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de *P*.



Equation cartésienne de plan :

ROC : (P) : $ax + by + cz + d = 0 \iff \vec{n}(a, b, c)$ normal à (P).

Déterminer l'intersection d'une droite et d'un plan :

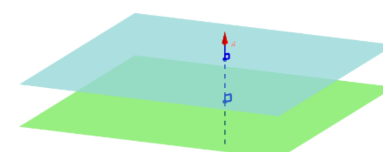
Utiliser une équation cartésienne du plan et une équation paramétrique de la droite.

Déterminer l'intersection de deux plans :

Transformer le système a 2 équations 3 inconnues en équation paramétrique en posant une inconnue comme paramètre.

Plans parallèles :

Deux plans sont parallèles s'ils ont un même vecteur normal.



Plans perpendiculaires :

Deux plans sont perpendiculaires lorsqu'un vecteur normal de l'un est orthogonal à un vecteur normal de l'autre.