16 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{u_n}$ pour tout entier naturel n.

- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\frac{3}{2} \leqslant u_n \leqslant 2$.

18 On considère la suite (u_n) définie par $u_1 = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$:

$$u_{n+1} = u_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

1. Calculer u_2, u_3 et u_4 en donnant les résultats sous forme de fraction irréductible.

2. a. Quelle conjecture peut-on faire sur l'expression de u_n en fonction de n ?

b. Démontrer cette conjecture par récurrence.

19 La suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$.

- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n = \frac{n}{n+1}$.