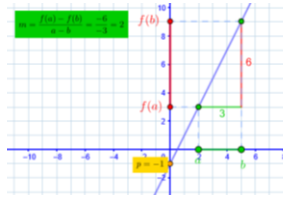
# *Fonctions de référence.*

☺ Fonctions affines.



$f(x) = mx + p$,  $Df = R$,  $Cf$ est une droite.

$m = \frac{f(a)-f(b)}{a-b}$

$m > 0$, $f$ est croissante, $m < 0$, $f$ est décroissante

☺ Fonctions du second degré.

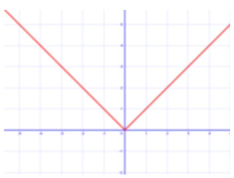
$f(x) = ax^2 + bx + c$ ;  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$  $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$  $\alpha = \frac{-b}{2a}$ ; $\beta = f(\alpha)$

$\Delta = b^2 - 4ac$ si $\Delta > 0$, $f(x) = 0$ a 2 solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

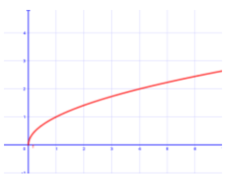
si $\Delta = 0$, $f(x) = 0$ a 1 solution $x_1 = \frac{-b}{2a}$

si $\Delta < 0$, $f(x) = 0$ n'a pas de solution.

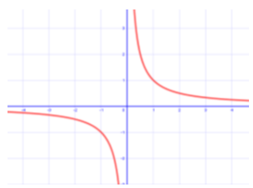
☺ Les fonctions de première.



$x \to |x|$



$x \to \sqrt{x}$



$x \to \frac{1}{x}$

$x \to x^3$

☺ La fonction exponentielle.

Def : il existe une unique fonction telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$.

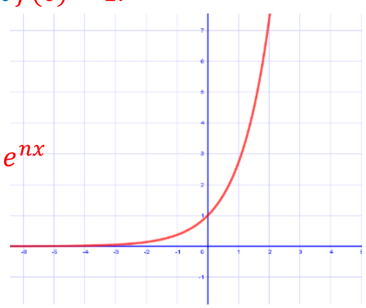
ROC : unicité.

Propriété :

$e^0 = 1$ ; $e^1 = e$

$e^{x+y} = e^x e^y$ ;  $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$ ; $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$; $(e^x)^n = e^{nx}$

$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$ et $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$



Limites :

ROC : $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ ; $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$.

Variations :

$\forall x \in$R, $e^x > 0$ donc la fonction $exp$ est croissante sur R.

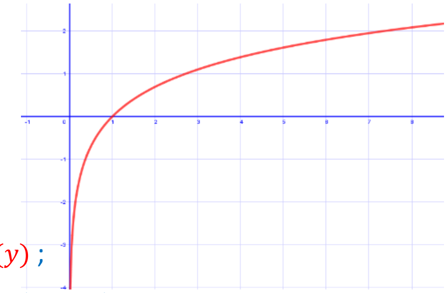
Limites par croissance comparées :

$\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$  et  $\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$.

Fonctions composées

Dérivée : $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x)\ e^{u(x)}$

☺ La fonction logarithme népérien.



Def : $\forall x > 0$, $ln(x) = y \Leftrightarrow x = e^y$.

la fonction $ln$ est définie sur $]0\ ;\ +\infty[$.

Propriété :

$ln(1) = 0$ ; $ln(e) = 1$ ; $ln\left(\frac{1}{e}\right) = -1$ .

$ln(x \times y) = ln(x) + ln(y)$ ;  $ln\left(\frac{x}{y}\right) = ln(x) - ln(y)$ ;

$ln(x^n) = n\,ln(x)$ ; $ln(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} ln(x)$ ; $\ln(e^x) = x$ ($\forall x \in$R)

♦ $ln(b) = ln(a) \Leftrightarrow b = a$  ♦ $ln(b) < ln(a) \Leftrightarrow b < a$.

♦ $ln(a) < 0 \Leftrightarrow a < 1$  ♦ $ln(a) > 0 \Leftrightarrow a > 1$

Variations :

La fonction $ln$ est croissante sur $]0\ ;\ +\infty[$.  $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$

Limites :

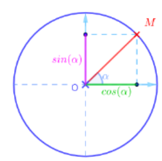
$\lim_{x\to+\infty} ln(x) = +\infty$ ; $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} ln(x) = -\infty$.

Limites par croissance comparées :

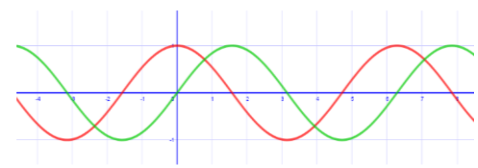
$\lim_{x\to+\infty} \frac{ln(x)}{x} = 0$  et  $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} x\,ln(x) = 0$.

Fonctions composées :  Dérivée : $(ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$

☺ Fonctions trigonométriques.




| $\alpha$ | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π |
|---|---|---|---|---|---|---|
| cos($\alpha$) | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | −1 |
| sin($\alpha$) | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 |



Propriétés :

$-1 \le \cos(x) \le 1$,  $-1 \le \sin(x) \le 1$,  $cos^2(x) + sin^2(x) = 1$

$\cos(x) = cos\,(x + 2k\pi)$ et $\sin(x) = sin\,(x + 2k\pi)$, k ∈ Z

$cos(-x) = \cos(x)$ et $sin(-x) = -\sin(x)$

Equations :

L'équation $cos\,(x) = cos\,(a)$ a pour solutions les nombres réels de la forme $a + 2k\,\pi$ et $-a + 2k\,\pi$ avec k ∈ Z

L'équation $sin\,(x) = sin(a)$ a pour solutions les nombres réels de la forme $a + 2k\,\pi$ et $\pi - a + 2k\,\pi$, avec k ∈ Z.

Formules de duplication ( produit scalaire ) :

$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\sin(a)$