

Généralités sur les fonctions.

I. Notions de fonctions.

Définition

Soit D un ou plusieurs intervalles de \mathbb{R} . Définir une fonction f de D dans \mathbb{R} , c'est associer à chaque réel x de D un unique réel noté $f(x)$. On dit que D est l'ensemble de définition de la fonction f , et on le note D_f .

On peut définir une fonction par une expression, un graphique, un algorithme

Remarques :

- Une fonction est généralement désignée par l'une des lettres $f, g, h \dots$
- Au lieu d'écrire « f est la fonction qui à x associe $f(x)$ », on peut écrire « $f: x \mapsto f(x)$ ».
- Si x et y sont deux réels tels que $y=f(x)$, alors on dit que y est l'image de x par la fonction f , et que x est un antécédent de y par f .
- Par une fonction, un réel x ne peut avoir qu'une seule image, mais un réel y peut avoir aucun, un ou plusieurs antécédents.

☑ Savoir faire : Savoir déterminer un ensemble de définition :

Déterminer les ensembles de définition des fonctions qui ont les expressions suivantes :

◆ $f(x) = 2x + 3$

◆ $g(x) = x^2 - 1$

◆ $h(x) = \frac{3}{3x+2}$

◆ $i(x) = \sqrt{2x+1}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

☑ Savoir faire : Savoir calculer une image ou un antécédent connaissant l'expression d'une fonction :

Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 - 1$,

1) Déterminer l'image de 3 par g .

2) Déterminer tout les antécédents de 0 par g .

.....

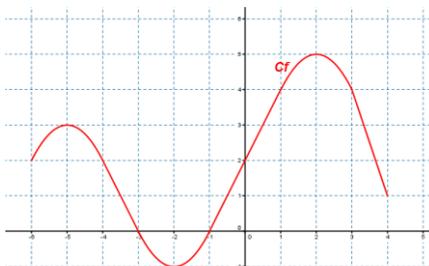
.....

.....

II. Courbe représentative d'une fonction.

Définition

Soit f une fonction d'ensemble de définition D_f . On appelle Courbe représentative de la fonction f l'ensemble C_f des points M du plan de coordonnées $M(x; f(x))$ avec $x \in D_f$.
On dit que $y=f(x)$ est l'équation de la courbe C_f .

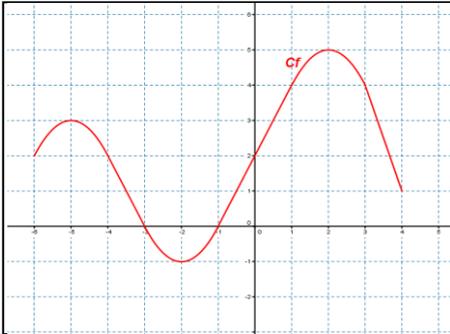


Pour tout nombre $x \in D_f$, on sait que x ne peut avoir qu'une seule image par f , donc C_f ne peut avoir qu'un seul point qui a pour abscisse x .

III. Utilisation de la courbe représentative d'une fonction.

Pour déterminer l'ensemble de définition de la fonction :

L'ensemble de Définition est l'ensemble des abscisses des points de la courbe.



.....

.....

.....

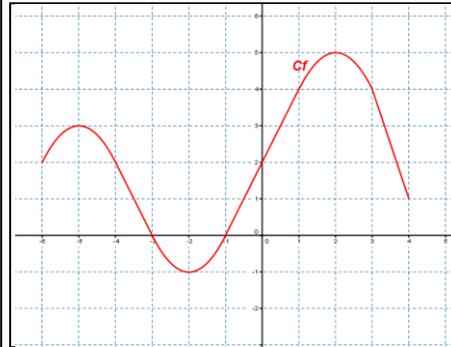
.....

.....

.....

Pour déterminer l'ensemble de l'image d'un nombre

L'image d'un nombre α par une fonction f est l'ordonnée du point d'intersection de C_f et de la droite d'équation $x = \alpha$.



.....

.....

.....

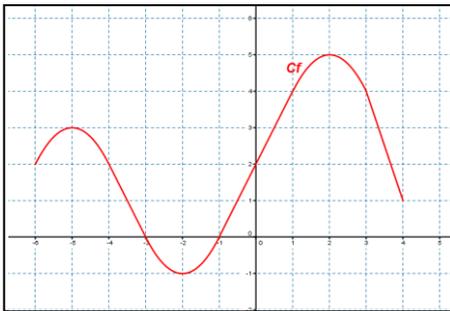
.....

.....

.....

Pour déterminer les antécédents d'un nombre k :

Les antécédents d'un nombre k par une fonction f sont les abscisses des points d'intersection de C_f et de la droite d'équation $y = k$.



.....

.....

.....

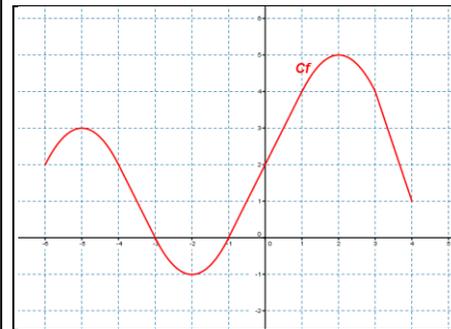
.....

.....

.....

Pour résoudre une équation de la forme $f(x) = k$:

Résoudre l'équation $f(x) = k$ revient à chercher Les antécédents d'un nombre k par la fonction f .



.....

.....

.....

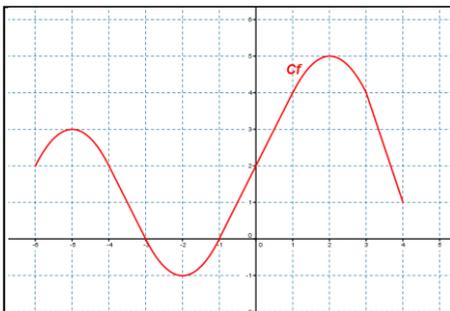
.....

.....

.....

Pour résoudre une inéquation de la forme $f(x) > k$:

Les solutions de l'inéquation $f(x) > k$ sont les abscisses des points de C_f situés au dessus de la droite d'équation $y = k$.



.....

.....

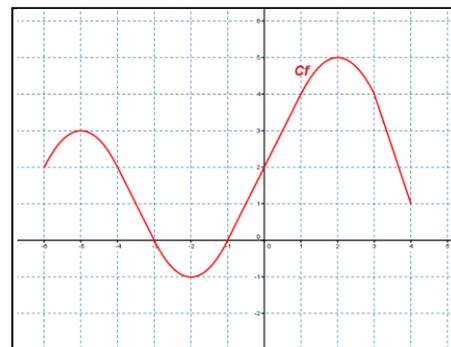
.....

.....

.....

.....

Pour établir le tableau de signe d'une fonction :



.....

.....

.....

.....

.....

.....

x	
Signe de $f(x)$	

III. Sens de variation d'une fonction.

Définition

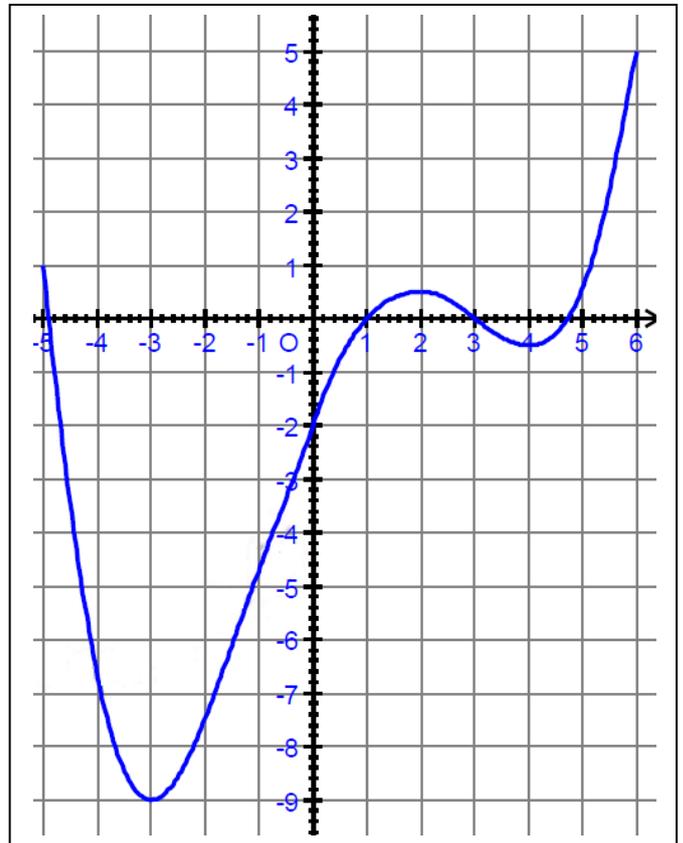
Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

◆ Si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \leq f(b)$ alors on dit que la fonction f est croissante sur I . Les réels de l'intervalle I sont rangés dans le **même ordre** que leurs images.

◆ Si pour tous réels a et b de I tels que $a \leq b$, on a $f(a) \geq f(b)$ alors on dit que la fonction f est décroissante sur I . Les réels de l'intervalle I sont rangés dans l' **ordre inverse** de leurs images.

☑ Savoir faire : Utiliser la courbe représentative d'une fonction :

On considère la fonction f dont la courbe représentative est donnée par le graphique ci contre.



1) Donne l'ensemble de définition de f .

.....

2) Détermine $f(-3)$, $f(0)$ et $f(6)$.

.....

3) Détermine les antécédents de 0, 2 et -2.

.....

4) Résoudre l'équation (E) : $f(x) = -7$.

.....

5) Résoudre l'inéquation (I) : $f(x) > -5$.

.....

6) Etablir le tableau de signes de $f(x)$.

x	
Signes de $f(x)$	

7) Préciser les variations de f .

.....

8) Etablir le tableau de variations de f .

x	
Variations de f	

9) Complète les affirmations suivantes :

Si $5 \leq x \leq 6$ alors $\leq f(x) \leq$

Si $-3 \leq x \leq 3$ alors $\leq f(x) \leq$

10) Détermine le maximum et le minimum de f sur $[-5 ; 6]$.

.....

11) Détermine le maximum et le minimum de f sur $[0 ; 3]$.

.....

12) Détermine le nombre de solutions de l'équation (E) : $f(x) = x-2$.

.....

IV. Utilisation de la Calculatrice.

✓ Savoir faire : Savoir définir et enregistrer une fonction :

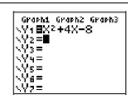
Avec TI

Touche **Z/YV**.

Introduire la fonction par exemple en Y_1 .

Pour la variable X, utiliser la touche **X, T, θ, n**.

Valider avec la touche **ENTRÉE**.



Avec Casio

Touche **MENU**, choisir **GRAPH** puis touche **EXE**.

Introduire la fonction par exemple en $Y1$.

Valider avec la touche **EXE**.

Utiliser la touche **X,θ,T** pour la variable X.



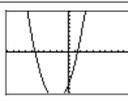
✓ Savoir faire : Savoir tracer la courbe représentative :

Avec TI

Touche **GRAPH**.

→ L'écran ci-contre n'est qu'un exemple, il est possible que celui affiché sur votre calculatrice soit différent.

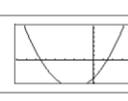
Pour obtenir cet affichage : touche **zoom** **6:ZStandard**.



Avec Casio

Choisir **DRAW** (Touche **F6** ou autre F).

→ L'écran ci-contre n'est qu'un exemple, il est possible que celui affiché sur votre calculatrice soit différent.



✓ Savoir faire : Savoir régler la fenêtre d'affichage :

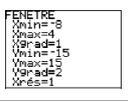
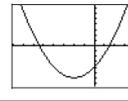
Avec TI

Touche **FENÊTRE**.

Régler les paramètres comme sur l'écran ci-contre.

Touche **▲** et **▼** pour passer d'une ligne à l'autre.

Puis touche **GRAPH**.

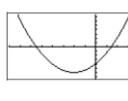
Avec Casio

Instruction **V-Window** (Touche **SHIFT** puis **F3**).

Régler les paramètres comme sur l'écran ci-contre.

Touche **▲** et **▼** pour changer de ligne.

Touche **EXE** puis instruction **DRAW**.

✓ Savoir faire : Savoir régler les paramètres du tableau de valeurs :

Avec TI

Instruction **DEF TABLE** (touches **2nde** **FENÊTRE**).

Régler les paramètres comme sur l'écran ci-contre.

DébTable : valeur initiale (1^{ère} valeur du tableau).

PasTable : pas du tableau (écart entre deux valeurs successives).



Avec Casio

Touche **MENU**, choisir **TABLE** puis **EXE**.

Sélectionner **RANG** ou **SET** (touche **F6** ou autre F).

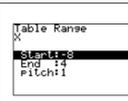
Régler les paramètres comme sur l'écran ci-contre.

Start : valeur initiale (1^{ère} valeur du tableau).

End : valeur finale (dernière valeur du tableau).

Pitch : pas du tableau (écart entre deux valeurs successives).

Touche **EXIT** pour revenir à l'écran précédent.

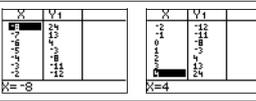


✓ Savoir faire : Savoir afficher le tableau de valeurs :

Avec TI

Instruction **TABLE** (touches **2nde** **GRAPH**).

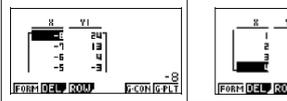
→ Si l'écran n'affiche pas toutes les valeurs souhaitées, on peut se déplacer dans la table à l'aide des flèches **▶** et **◀**.



Avec Casio

Sélectionner **TABL** (Touche **F6** ou autre F).

Remarque : si l'écran n'affiche pas toutes les valeurs souhaitées, on peut se déplacer dans la table à l'aide des flèches **▲** et **▼**.



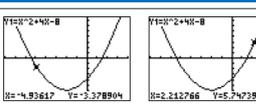
✓ Savoir faire : Savoir parcourir une courbe :

Avec TI

Touche **TRACE**.

Touche **▶** et **◀** pour se déplacer sur la courbe.

L'expression de la fonction ainsi que les coordonnées du point où est situé le curseur sont affichées en bas de l'écran.



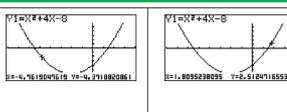
Avec Casio

Retour au graphique : touche **MENU** icône **GRAPH** puis instruction **DRAW**.

Instruction **TRACE** (touches **SHIFT** et **F1**).

Touche **▶** et **◀** pour se déplacer sur la courbe.

L'expression de la fonction ainsi que les coordonnées du point où est situé le curseur sont affichées.



✓ Savoir faire : Savoir calculer une image (dans l'écran de calcul) :

Avec TI

Instruction **QUITTER** (touches **2nde** **MODE** pour revenir à l'écran de calcul).

Touche **VAR** option **VAR-Y=** à l'aide de la flèche **▶**.

Puis option **1:Fonction** et valider avec **ENTRÉE**.

Choisir la fonction désirée (pour notre exemple **1:Y1**).

Puis compléter comme sur l'écran ci-contre pour, par exemple, obtenir l'image de 3.



Avec Casio

Mode calcul : touche **MENU**, sélectionner **RUN** puis instruction **DRAW**.

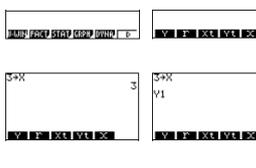
Touche **VARS** et choisir **GRPH** (touche **F4** ou autre F).

Mettre la valeur dont on veut l'image dans la mémoire X, par exemple pour l'image de 3 :

Touche **3** **▶** **X,θ,T** puis **EXE**.

▶ correspond à la touche de stockage ou mise en mémoire.

Instruction **Y** (touche **F1**) suivie du numéro de la fonction à utiliser (pour notre exemple **Y1**). Valider avec **EXE**.



✓ Savoir faire : Savoir définir et enregistrer une nouvelle fonction et la sélectionner :

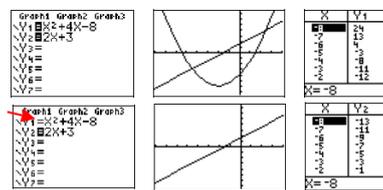
Avec TI

Touche **Z/YV**.

Introduire la nouvelle fonction par exemple en Y_2 .

Puis **GRAPH** ou **TABLE**.

Touche **ENTRÉE** pour modifier le statut de la fonction choisie.



Avec Casio

Mode graphique : touche **MENU**, choisir **GRAPH**.

Introduire la nouvelle fonction par exemple en $Y2$.

Puis **DRAW**.

Le tableau de valeurs est lui aussi mis à jour :

Touche **MENU**, choisir **TABLE** puis **TABL**.

Utiliser les flèches **▶** et **◀** pour se déplacer.

