



Pythagore de Samos est un mathématicien, astronome et philosophe grec du VI^e siècle avant J-C. Il pense que « tout est nombre ».

I. Ensemble de nombres.

a) L'ensemble des nombres entiers naturels : \mathbb{N} .

Définition : Un nombre entier naturel est un nombre qui peut s'écrire sans virgule et qui est positif. L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté \mathbb{N} .

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}; \quad 4 \in \mathbb{N} ; -2 \notin \mathbb{N}$$

b) L'ensemble des nombres entiers relatifs : \mathbb{Z} .

Définition : Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif. L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté \mathbb{Z} .

$$-2 \in \mathbb{Z} ; 5 \in \mathbb{Z}; 3,2 \notin \mathbb{Z}. \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}.$$

c) L'ensemble des nombres décimaux : \mathbb{D} .

Définition : Un nombre décimal est un nombre de la forme $\frac{a}{10^p}$, avec $a \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{N}$. Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule. L'ensemble des **nombres décimaux** est noté \mathbb{D} .

$$0,56 \in \mathbb{D}; 3 \in \mathbb{D}; \frac{3}{4} \in \mathbb{D}; \frac{1}{3} \notin \mathbb{D} \quad \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}.$$

d) L'ensemble des nombres rationnels : \mathbb{Q} .

Définition : Un nombre rationnel est un nombre sous la forme d'un quotient $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$. L'ensemble des **nombres rationnels** est noté \mathbb{Q} .

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}; 4 \in \mathbb{Q}; -4,8 \in \mathbb{Q}; \sqrt{2} \notin \mathbb{Q}.$$

Démonstration :

.....

.....

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}.$$

e) L'ensemble des nombres réels : \mathbb{R} .

Définition : L'ensemble des **nombres réels** est noté \mathbb{R} , est l'ensemble de tous les nombres connus en première.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}.$$

L'ensemble des nombres réels correspond à l'ensembles des abscisses des points d'une droite graduée (la droite numérique).

Remarque : Il existe un ensemble de nombres plus grand qui est au programme de Terminale, l'ensemble des nombres complexes. On le note \mathbb{C} .

II. Vocabulaire.

- La somme de deux termes a et b est le résultat de l'addition des nombres a et b , elle se note $a + b$.
- La différence de deux termes a et b est le résultat de la soustraction des nombres a et b , elle se note $a - b$.
- Le produit de deux facteurs a et b est le résultat de la multiplication des nombres a et b , il se note $a \times b$.
- La quotient de deux nombres a et b est le résultat de la division de a par b . Il se note $\frac{a}{b}$.

Définition : Deux nombres réels sont dits opposés si leur somme est nulle.

L'**opposé** du nombre réel a se note $(-a)$. Il vérifie $a + (-a) = 0$ et $-a = (-1) \times a$

Définition : Deux nombres réels non nuls sont dits inverses si leur produit est égal à 1.

L'**inverse** du nombre réel a se note $\frac{1}{a}$. Il vérifie $a \times \frac{1}{a} = 1$ et $1 : a = \frac{1}{a}$.

Règle des signes : Pour tous nombres réels a et b , on a :

$$\blacklozenge -(a + b) = (-1) \times (a + b) = -a - b \quad \blacklozenge (-a) \times b = a \times (-b) = -ab \quad \blacklozenge \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

III. Opérations avec des nombres rationnels.

$$\blacklozenge \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b} \quad \blacklozenge \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \blacklozenge \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \blacklozenge \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

IV. Racines carrées.

Définition : a étant un réel positif, \sqrt{a} est le nombre positif qui multiplié par lui-même est égal à a .

$$\sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{0} = 0 \quad \sqrt{1} = 1 \quad \sqrt{2} \approx 1,414 \quad \sqrt{3} \approx 1,732$$

• Seuls les nombres positifs ou nuls ont une racine carrée. Un réel négatif n'a pas de racine carrée. Ainsi $\sqrt{-3}$ n'existe pas car il n'y a pas de nombre qui, multiplié par lui-même, soit égal à -3 . (le carré d'un nombre réel est toujours positif).

• Si a est positif, \sqrt{a} existe et est toujours positif ; $-\sqrt{a}$ existe aussi et est négatif.

$$\blacklozenge \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \blacklozenge \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \blacklozenge \sqrt{a + b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

V. Puissances.

Définition : Soit $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$, $a^n = a \times a \times a \dots \times a$. (avec n facteurs) ; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 ; \quad (-5)^2 = 25 ; \quad a^1 = a ; \quad a^0 = 1 ; \quad 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} ; \quad 4^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

$$\blacklozenge a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \blacklozenge (a^n)^m = a^{n \times m} \quad \blacklozenge \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Définition : L'écriture scientifique d'un nombre est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leq a < 10$.

VI. Egalités remarquables.

$$\blacklozenge (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \blacklozenge (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad \blacklozenge (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$