Calcul littéral.

I. Introduction.

Souvent en mathématiques, pour écrire une formule ou pour simplifier un problème on a besoin d'utiliser des lettres plutôt que des nombres, on dit alors qu'on écrit une ……………………………………………………………………

Exemple : un savant a créé une machine qui transforme les nombres, « si on entre un nombre, elle le multiplie par 3 puis elle ajoute 5 », on traduit cette phrase par « si on rentre un nombre a, elle calcule …………………»

Un nombre est représenté par une ………………………………………………………………………

Convention d'écriture : Pour ne pas qu'il y ait de confusion entre la lettre … et le symbole …. , dans une expression littérale on évite autant que possible d'écrire le symbole × .

Exemple : $3 \times a + 5 =$ ………….; $a \times b =$ ………… ; $a \times 3 \times b =$ …………; $2 \times 3 \times \pi =$ ……………

☺ Addition de deux nombres.

La somme de deux nombres a et b se note $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$.

$\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$ s'appelle le ………… du nombre … et se note $\boxed{a + a = \ldots\ldots = \ldots\ldots}$.

$\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$ s'appelle le ………… du nombre … et se note $\boxed{a + a + a = \ldots\ldots = \ldots\ldots}$.

☺ Soustraction de deux nombres.

Définition

Deux nombres sont dit ………… lorsque …………………………………………………………………………………

……

L'**opposé** du nombre a se note …….. Il vérifie $\boxed{\ldots\ldots + \ldots\ldots = 0}$ et $\boxed{-a = \ldots\ldots \times \ldots\ldots}$.

Remarque : Deux nombres opposés sont de ……………………………………….

Pour tout nombre x, on a : . Si x est positif alors $-x$ est …………………..

. Si x est négatif alors $-x$ est ………………….. (si $x = (-3)$ alors $-x = 3$)

La différence de deux nombres a et b se note $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$.

Propriété

Soustraire un nombre revient à …………………………………………………………………………………

……

☺ Le produit de deux nombres a et b se note $\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$.

$\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$ s'appelle le ……………….. du nombre … et se note $\boxed{a \times a = \ldots\ldots\ldots}$.

$\boxed{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}$ s'appelle le ……………….. du nombre … et se note $\boxed{a \times a \times a = \ldots\ldots\ldots}$.

☺ Division de deux nombres.

Définition

Deux nombres sont dit ………… lorsque …………………………………………………………………………………

……

L'**inverse** d'un nombre a non nul se note …….. Il vérifie $\boxed{\ldots\ldots \times \ldots\ldots = 1}$ et $\boxed{\ldots\ldots : \ldots\ldots = \ldots\ldots}$.

Remarque : Deux nombres inverses sont de ……………………………………………………….

Le quotient de deux nombres a et b se note $\boxed{\dots\dots\dots}$. C'est le nombre qui vérifie $\boxed{\dots\dots\dots\dots\dots}$

Propriété

……………………. un nombre revient à ……………………………………………………………………………………

Traduction en language mathématique

……

II. Remplacer une lettre par une valeur.

Pour remplacer une lettre par une valeur, dans une expression littérale, il suffit …………………………
……

☺ **Exemple 1 :** $A = 3a + 5$
Calcule A si $a = 4$.
……………………………………
……………………………………

☺ **Exemple 2 :** $B = x^2 + 3x - 1$
Calcule B si $x = 5$.
……………………………………
……………………………………

Comme la valeur de l'expression littérale dépend de la valeur de la variable, on écrit …………………
Attention cette notation n'est pas au programme, mais elle permet d'écrire plus simplement : « calcule la valeur de l'expression A lorsque x =…… » s'écrit « calcule A(……) »

III. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

a) La simple distributivité.

On calcule de deux façons l'aire du rectangle ACDF.

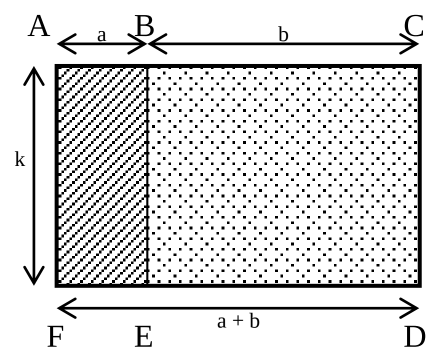
- En utilisant les deux petits rectangles

$\mathcal{A}_{ACDF} = \mathcal{A}_{ABEF} + \mathcal{A}_{BCDE} = AB \times AF + BC \times AF = \dots\times\dots + \dots\times\dots$

- Directement :

$\mathcal{A}_{ACDF} = AC \times AF = \dots\times\dots$

On vient de montrer que pour tous nombres ………. k, a et b.
……………=……………………



Propriété (admise)

……

Savoir-faire

☺ $A(a) = 3 \times (a + 5)$ ☺ $B(x) = 3(x + 4)$ ☺ $C(x) = 4x(2x - 4)$

$A(a) = 3 \times (a + 5)$	$B(x) = 3(x + 4)$	$C(x) = 4x(2x - 4)$
Donc $A(a) =$ ………………	Donc $B(x) =$ ………………	Donc $C(x) =$ ………………
Donc $A(a) =$ ………………	Donc $B(x) =$ ………………	Donc $C(x) =$ ………………

b) La double distributivité.

On calcule de deux façons l'aire du rectangle ACIG.

- En utilisant les quatre petits rectangles

$\mathcal{A}_{ACIG} = \mathcal{A}_{ABEF} + \mathcal{A}_{BCDE} + \mathcal{A}_{FEHG} + \mathcal{A}_{EDIH}$

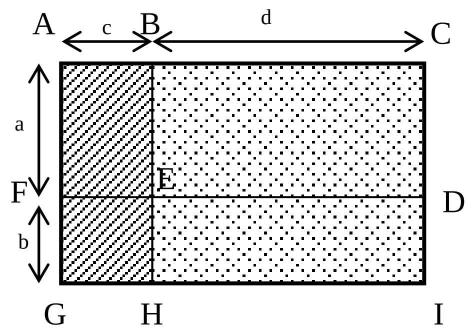
= …. × …. + …. × …. + …. × …. + …. × …..

= …. × …. + …. × …. + …. × …. + …. × …..

- Directement : $\mathcal{A}_{ACDF}$ =…….×……..=……..×……….

On vient de montrer que pour tous nombres …………… a, b, c et d.

…………………………=……………………………………………………



Propriété (admise)

……

Savoir-faire

Développe les expressions suivantes

☺ $A(x) = (2x + 3)(4x + 5)$ ☺ $B(x) = (x - 3)(2x - 5)$ ☺ $C(x) = -2(3x - 1)(2x + 4)$

$A(x) = (2x + 3)(4x + 5)$
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..

$B(x) = (x - 3)(2x - 5)$
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..

$C(x) = -2(3x - 1)(2x + 4)$
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..

c) Egalités remarquables.

Propriété

Pour tous nombres a et b ………………………………………………………………………………

Exemples :

$A(x) = (2x + 3)^2$
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..

$B(x) = (4x + 5)^2$
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..

$C(x) = 25x^2 + 30x + 9$.
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..

Propriété

Pour tous nombres a et b ………………………………………………………………………………

Exemples :

$A(x) = (2x - 3)^2$
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..

$B(x) = (3x - 4)^2$
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..

$C(x) = x^2 - 2x + 1$.
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..

Propriété

Pour tous nombres a et b ………………………………………………………………………………

Exemples :

$A(x) = (3x - 4)(3x + 4)$
Donc $A(x)$ = ……………………..
Donc $A(x)$ = ……………………..

$B(x) = 9x^2 - 25$
Donc $B(x)$ = ……………………..
Donc $B(x)$ = ……………………..

$C(x) = (2x - 3)^2 - (3x + 5)^2$
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..
Donc $C(x)$ = ……………………..

IV. Réduire une expression littérale.

☺ **Exemple** : 5❀ + 3✿ - 2❀ + 8✿ = ...❀ + ...✿

Définition

………………… une expression littérale signifie …………….. les différentes ………………………………………

Savoir-faire

Réduire les expressions suivantes

☺ $A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$ ☺ $B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$ ☺ $C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

$A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$

Donc A …. = …………..

$B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$

Donc B …. = …….…………

$\mathbf{C}(x) = \mathbf{9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7}$

Donc **C** …. = …….…………

V. Développer et factoriser.

a) Produits et sommes.

Parmi les expressions suivantes, souligne en rouge les produit et en vert les sommes.

A ….= $a + 5$; B ….= $3y$; C ….= $3(t + 5)$; D ….= $3x + 5$; E ….= $(x + 2)(x - 1)$;

F ….= $(x + 2) - (x - 1)$; H ….= $(x + 2)^2$; I ….= $3x^2 + 2x - 4$; J ….= $4(x^2 + 2x) - 1$

b) Développer.

Définition

………………… une expression littérale signifie …………….. les différentes ………………………………………

☺ **Exemple 1** :

A….= $3(2x - 5) - 6(4x + 2)$

Donc A….= …..………………….

Donc A….= …..………………….

☺ **Exemple 2** :

B….= $3x(2x - 1) - 5(4x - 2)$

Donc B….= …..………………….

Donc B….= …..………………….

☺ **Exemple 3** :

C….= $3(2x - 5)(4x + 2)$

Donc C….= …..…………………….……..

Donc C….= …..…………………….……..

Donc C….= …..…………………….……..

☺ **Exemple 4** :

D….= $2(2x - 1)(x + 2) - 3(x - 2)(x - 1)$

Donc D….= …..…………………………….……..

Donc D….= …..…………………………….……..

Donc D….= …..…………………………….……..

c) Factoriser.

Définition

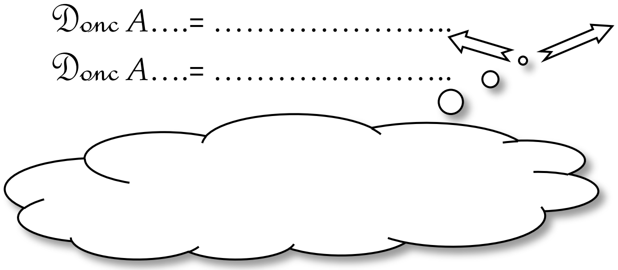
………………… une expression littérale signifie …………….. les différentes ………………………………………

☺ **Exemple 1** :

A….= $5x + 15$

Donc A….= ………………….

Donc A….= ………………….



☺ **Exemple 2** :

B….= $3(x + 1)(2x - 1) + 2(x + 1)(5x + 4)$

Donc B….= …..…………………………….……..

Donc B….= …..…………………………….……..

Donc B….= …..…………………………….……..