

Arithmétique.

I. La division euclidienne.

a) Introduction.

20 pirates découvrent un trésor composé de 238 pièces d'or. Ils décident de les partager équitablement.

- Si ils en prennent 5 chacun, il en reste $238 = 20 \times \dots + \dots$
- Si ils en prennent 10 chacun, il en reste $238 = 20 \times \dots + \dots$
- Si ils en prennent 11 chacun, il en reste $238 = 20 \times \dots + \dots$
- Si ils en prennent 12 chacun,

Le maximum de pièces qu'ils peuvent prendre chacun estpièces, car dans ce cas, le reste.....est que le nombre deOn dit que l'égalité est la de par, carest le plus grand possible, ou car est plus petit que

b) Définition.

Définition

Effectuer de deux nombres entiers et, c'estdeux nombres entiers un quotient.....et un reste.....qui vérifient l'égalité.....avec

Traduction mathématique

.....=×..... + avec

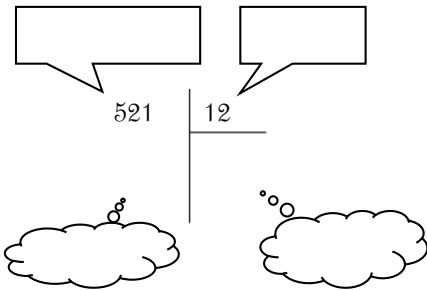
Dire

Revient à dire

II. Technique de la division euclidienne.

Il est parfois plus rapide de poser une division euclidienne plutôt que de chercher la bonne égalité.

Exemple : trouve le quotient et le reste dans la division euclidienne de 521 par 12.



Étape n°1: On cherche le nombre dedu

☺ le plus petit nombre à 2 chiffres est 10 521 | 12
 $12 \times 10 = \dots\dots\dots 521$

Donc il y a au moins chiffres au quotient.

☺ le plus petit nombre à 3 chiffres est 100
 $12 \times 100 = \dots\dots\dots 521$

Donc il y a chiffres au

Étape n°2: On cherche le chiffre desdu

Dans 52..... il rentre au maximum..... fois 12, et dizaines × 12 =..... dizaines. =..... unités.

$521 \quad | \quad 12$
 $\quad \quad \quad \cdot \cdot$

Étape n°3: On cherche le chiffre desdu

Dans 41..... il rentre fois 12, et ... unités × 12 = unités. On vérifie que le est bien plusque le

$521 \quad | \quad 12$
 $\quad \quad \quad \cdot \cdot$

Une division euclidienne est une donc on pense à l'écrire.

III. Divisibilité.

a) Définition.

Définition

Lorsque dans la division euclidienne d'un nombre a par un nombre b le reste est égal à On dit alors que le nombre b le nombre ... On dit aussi que b est un.....de a ou que a est unde b .

Remarque : l'égalité de la division euclidienne est alors = ×

Exemple :

Tous les diviseurs de 12 sont.....

Tous les multiples de 12 sont.....

b) Critères de divisibilité.

Un nombre est divisible par 2 lorsque

Un nombre est divisible par 3 lorsque

Un nombre est divisible par 4 lorsque

Un nombre est divisible par 5 lorsque

Un nombre est divisible par 9 lorsque

Un nombre est divisible par 10 lorsque

Exemples :

IV. Nombres premiers.

Liste des diviseurs de 24 :

Liste des diviseurs de 17 :

17 n'a quediviseurs,et, on dit que c'est un nombre

Définition

On appelle nombreun nombre qui n'a que diviseurs,

Exemples:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les nombres premiers plus petits que 100 :

le crible d'Ératosthène

V. Décomposition en facteurs premiers.

Propriété ()

Tout nombre entier peut se décomposer de manière sous la forme d'un de nombres

Exemples :

☺ 180 =

☺ 1400 =

Application à la simplification de fraction :

☺ $\frac{1400}{180}$ =

Définition

On dit qu'une fraction est si

Exemple : Rends la fraction $\frac{280}{448}$ irréductible.

VI. Plus grand commun diviseur.

a) Nombres premiers entre eux.

Liste des diviseurs de 24 : Liste des diviseurs de 35 :

Liste des diviseurs communs de 24 et de 35 : Plus grand diviseur commun de 24 et de 35 :

Définition

On dit que deux nombres sont lorsqu'ils n'ont diviseur commun :

On peut dire aussi :

Remarque : ne pas confondre :

☺ Un nombre premier :

☺ Deux nombres premiers entre eux :

b) Calcul du PGCD.

Définition

On appelle PGCD de deux nombres a et b, le plus grand diviseur commun de a et b. On le note

Exercice de référence

1. La fraction $A = \frac{322}{1078}$ est-elle irréductible ?

2. Déterminer le PGCD de 1078 et de 322, en déduire l'écriture irréductible de A.