

Opérations et nombres décimaux.

I. Vocabulaire.

Définition

La somme de deux termes est le résultat de l'addition de ces nombres.
 La différence de deux termes est le résultat de la soustraction de ces nombres.
 Le produit de deux facteurs est le résultat de la multiplication de ces nombres.
 Le quotient de deux membres est le résultat de la division de ces nombres.

Remarque : Dans une addition on peut changer de place des termes (... aussi dans la multiplication).
 On dit que l'addition est une opération commutative.

Propriété

L'addition et la multiplication sont des opérations commutatives
 la soustraction et la division ne sont pas des opérations commutatives.

II. Calcul d'une somme, d'une différence.

a) Calcul d'une somme.

Exemple : Calcule $A = 27,8 + 9,67$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ + 9,67 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ + 9,67 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ + 9,67 \\ \hline 147 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ + 9,67 \\ \hline 747 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ + 9,67 \\ \hline 37,47 \end{array}$$

On place les chiffres selon leur place dans le tableau les unités sous les unités. La virgule se situe de ce côté.

On calcule le chiffre des centièmes...
 0 centièmes + 7 centièmes = 7 centièmes

On calcule le chiffre des dixièmes...
 8 dixièmes + 6 dixièmes = 14 dixièmes = 1 unité et 4 dixièmes
 On écrit 4 dixièmes et on retient 1 unité.

On termine la virgule on l'écrit.
 On calcule le chiffre des unités donc :
 7 + 9 + 1 (retenue) = 17
 1 dizaine + 7 unités

On calcule le chiffre des dizaines...
 2 + 1 = 3 dizaines

Donc $A = 37,47$.

b) Calcul d'une différence.

Exemple : Calcule $B = 27,8 - 9,67$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ - 9,67 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,80 \\ - 9,67 \\ \hline 3 \end{array}$$

On devrait effacer pour écrire

$$\begin{array}{r} 27,7(10) \\ - 9,67 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,80 \\ - 9,67 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27,8 \\ - 9,67 \\ \hline 18,13 \end{array}$$

On place les chiffres selon leur place dans le tableau les unités sous les unités. La virgule se situe de ce côté.

On calcule le chiffre des centièmes...
 0 - 7 = !!!
 On ne peut pas alors on prend 1 dixième à 8 et on reste 7.

Alors plutôt que d'inscrire 1 dixième sous 8, on préfère l'ajouter au 6, il s'inscrit au 8 lorsqu'on calculera.
 $8 - 6 = 2 - 6 = 1$
 $8 - (1 + 6) = 8 - 7 = 1$

on continue les calculs sans oublier de écrire la virgule.

Donc $B = 18,13$.

III. Calcul d'un produit.

a) À partir de deux nombres entiers.

Exemple: Sachant que $517 \times 32 = 16\,544$ on peut en déduire sans calculer $517 \times 3,2$.

3,2 est 10 fois plus petit que 32, alors $517 \times 3,2$ est 10 fois plus petit... que 517×32

Donc $517 \times 3,2 = \dots 1654,4 \dots$ On peut calculer de même :

$51,7 \times 3,2 = 165,44 \dots$ $5,17 \times 3,2 = 16,544 \dots$ $517 \times 0,32 = 165,44 \dots$ $5170 \times 3200 = 16\,544\,000$

$517 \times 320 = 165\,440$ $5,17 \times 320 = 1654,4 \dots$ $517000 \times 0,32 = 165440$ $5170 \times 3,2 = 16544 \dots$

b) Comment poser une multiplication.

⊙ **Exemple 1:** Calcule $A = 28 \times 7$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \quad 5 \\ \times 7 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \quad 5 \\ \times 7 \\ \hline 196 \end{array}$$

Donc $A = \dots$

Pour effectuer une multiplication, il n'est pas nécessaire d'aligner les chiffres.

On calcule le chiffre des unités du produit. 8 unités \times 7 unités = 56... unités. = 5 dizaines et 6 unités.

On calcule le chiffre des dizaines du produit. 2 dizaines \times 7 dizaines = 14... dizaines. On oublie pas la retenue... 14 dizaines + 5 dizaines = 19... dizaines.

⊙ **Exemple 2:** Calcule $B = 27 \times 34$

$$\begin{array}{r} 27 \quad 2 \\ \times 34 \\ \hline 108 \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 34 \\ \hline 108 \dots \\ 810 \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 34 \\ \hline 108 \dots \\ + 810 \dots \\ \hline 918 \dots \end{array}$$

Donc $B = \dots 918 \dots$

On calcule 4×27
..... 108

On calcule 30×27
 $3 \times 27 = 81$
Donc $30 \times 27 = 810$.

On ajoute 4×27 et 30×27

$$4 \times 27 + 30 \times 27 = 918 \quad 34 \times 27$$

On décale le deuxième résultat en marquant une croix.

⊙ **Exemple 3:** Calcule $C = 1,28 \times 2,9$

on calcule la multipli sans tenir compte des virgules.

$$\begin{array}{r} 128 \\ \times 29 \\ \hline 1152 \dots \\ + 256 \dots \\ \hline 3712 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \times 128 = \dots \\ 1152 \dots \\ 2 \times 128 = \dots \\ 256 \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 128 \\ \times 2,9 \\ \hline 1152 \dots \\ + 256 \dots \\ \hline 3,712 \end{array}$$

on compte le nombre de chiffre après la virgule et on les place

Donc $C = \dots 3,712 \dots$

IV. Division décimale

a) Quotient de deux nombres.

Definition

On appelle le quotient d'un nombre a par un nombre b différent de zéro, le nombre q qui vérifie $a = b \times q$.

Exemple: $18,6 \div 6,2 = 3$ et $3 \times 6,2 = 18,6$

6) Technique de la division décimale.

⊗ Exemple 1: Calcule le quotient de 47 par 5 :

Étape n°1: On effectue la division euclidienne de 47 par 5. On cherche le nombre de chiffres de la valeur du quotient.

$$\begin{array}{r} 47 \\ 5 \overline{) 47} \\ \underline{45} \\ 2 \end{array}$$

$5 < 47 < 50$
 $1 \times 5 = 5$ et $10 \times 5 = 50$

Étape n°2: On transforme le reste en dixièmes.

2 unités = 20 dixièmes. Et on continue.

Attention: place la virgule dans le quotient

$$\begin{array}{r} 47 \\ 5 \overline{) 47} \\ \underline{45} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 00 \end{array}$$

Donc le quotient de 47 par 5 est 9,4

⊗ Exemple 2: Calcule le quotient de 46,8 par 5 :

Étape n°1: On cherche le nombre de chiffres de la partie entière du quotient.

la partie entière du quotient aura 9 chiffres

$$\begin{array}{r} 46,80 \\ 5 \overline{) 46,80} \\ \underline{45} \\ 180 \\ \underline{150} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 00 \end{array}$$

Étape n°2: on transforme la partie entière en dixièmes, on place la virgule dans le quotient, on transforme 8 dixièmes en 80 centièmes.

$$\begin{array}{r} 46,80 \\ 5 \overline{) 46,80} \\ \underline{45} \\ 180 \\ \underline{150} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 00 \end{array}$$

Donc le quotient de 46,8 par 5 est 9,36

⊗ Exemple 3: Calcule le quotient de 2,52 par 0,7 :

On ne change pas le quotient de deux nombres si on les multiplie ou on les divise par un même nombre non nul.

$$\begin{array}{r} 25,2 \\ 7 \overline{) 25,2} \\ \underline{21} \\ 42 \\ \underline{42} \\ 0 \end{array}$$

le quotient de 2,52 par 0,7 est le même que celui de 25,2 par 7.

⊗ Exemple 4: Calcule le quotient de 10 par 3 :

$$\begin{array}{r} 10 \\ 3 \overline{) 10} \\ \underline{9} \\ 10 \end{array}$$

Le quotient de 10 par 3 a une infinité de chiffres non nuls après la virgule. Il n'a donc pas d'écriture décimale. On dit que c'est un nombre irrationnel.

V. Ordre de grandeur d'un résultat.

Définition

Un ordre de grandeur d'un nombre est une valeur approchée simple de ce nombre.

Détermine un ordre de grandeur de $A = 546,3 + 52$ et $B = 65,7 \times 4,1$.

546,3 est proche de 550 ; 52 est proche de 50. alors $546,3 + 52$ est proche de $550 + 50 = 600$

65,7 est proche de 65 ; 4,1 est proche de 4... alors $65,7 \times 4,1$ est proche de $65 \times 4 = 260$

VI. Calculs astucieux

Comme l'addition est une opération commutative si dans un calcul il n'y a que des additions alors on peut changer l'ordre des termes pour calculer astucieusement.

Exemple: Calcule $C = 12,3 + 75,12 + 7,8 + 4,88$

$$\text{Alors } C = 12,3 + 7,8 + 75,12 + 4,88$$

$$\text{Donc } C = 20 + 80$$

$$\text{Donc } C = 100$$

Comme la multiplication est une opération commutative si dans un calcul il n'y a que des multiplications alors on peut regrouper des facteurs pour calculer astucieusement.

Exemple: Calcule $D = 12,5 \times 2,5 \times 8 \times 2 \times 4,4 \times 4$

$$\text{Alors } D = 100 \times 10 \times 8$$

$$\text{Donc } D = 1000 \times 8$$

$$\text{Donc } D = 8000$$

VII. Résolution de problèmes

Savoir-faire

Le père de Paul veut refaire sa terrasse. Son budget maximum est de 3 500 € avec les meubles de jardin. Il pense dépenser 3 000 € pour recouvrir sa terrasse. Il souhaite acheter un salon de jardin en résine composé d'une table à 243 € et de 6 chaises vendues 67 € l'unité.

a. Paul dit à son père : « C'est trop cher pour ton budget ! » Comment a-t-il fait pour répondre si vite ?

Pour le sol, le père de Paul hésite entre trois revêtements possibles :

- * soit des dalles en bois: il lui en faudrait 47 paquets, à 53 € pièce.
- * soit des dalles en marbre, à 35 € le paquet de 4. Il lui en faudrait 88 paquets.
- * soit des dalles en pierre bleue, à 9 € pièce. Il lui faudrait alors 418 dalles.

b. Sans poser d'opération, quel choix peut-il faire ou éliminer rapidement ?

c. Quel choix lui permettrait d'acheter quand même la table et les six chaises ?

d. Paul décide de calculer le prix total

- a) car $6 \times 67 = 402$; $3000 + 243 + 402 = 3645$ et non 3500 €
- b) le père de Paul peut éliminer les dalles en marbre et les dalles en pierre bleue.
- c) $3135 + 402 + 243 = 3780$ car il ne lui permettrait pas d'acheter la table et les 6 chaises.
- d) $3135 + 402 + 243 = 3780$

a) il a calculé un ordre de grandeur: $6 \times 70 = 420$; $3000 + 420 + 240 = 3660$ son budget total est donc 3660 €, ce qui est supérieur à 3500.

b) on calcule des ordres de grandeur: marbre: $35 \times 100 = 3500$ trop cher; pierre bleue: $10 \times 420 = 4200$ beaucoup trop cher le marbre et les pierres bleues.

c) Oui, les dalles lui permettraient d'acheter la table et les 6 chaises.

d) dalles en bois: $47 \times 53 = 2491$

6 chaises: $6 \times 67 = 402$

prix total: $2491 + 402 + 243 = 3136$

Le prix total est inférieur à 3500.