

# Quotients égaux

## I. Quotients égaux

### Exemple 1:

20 pirates découvrent un trésor composé de 240 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont  $\frac{240}{20}$  chacun.  
 10 pirates découvrent un trésor composé de 120 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont  $\frac{120}{10}$  chacun.  
 5 pirates découvrent un trésor composé de 60 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont 12 chacun.  
 40 pirates découvrent un trésor composé de 480 pièces d'or. Ils les partagent équitablement, ils en ont 12 chacun.  
 Ils ont autant de pièces chacun, si on multiplie le nombre de pirates et le nombre total de pièces, par un même nombre.

### Exemple 2:

$$\begin{array}{r} 15 \quad | \quad 2 \\ \hline 4,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 450 \quad | \quad 6 \\ 0300 \\ 00 \quad \hline 7,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 150 \quad | \quad 20 \\ 140 \quad \hline 100 \\ 00 \quad \hline 7,5 \end{array}$$

### Propriété (admise)

On ne change pas le quotient de deux nombres si on les multiplie (ou divise) par un même nombre.

Le quotient de 10 par 4 est le même que le quotient de 30 par 12.

Le quotient de 20 par 6 est le même que le quotient de 80 par 24.

Le quotient de 30 par 0,5 est le même que le quotient de 60 par 1 ou 300 par 5.

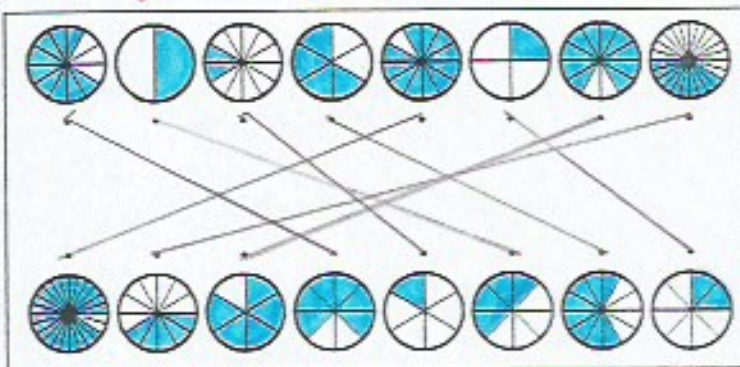
## II. Fractions égales

Relier les fractions égales

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} ; \frac{1}{4} = \frac{2}{8} ; \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{6}{8} ; \frac{4}{6} = \frac{8}{12} ; \frac{11}{12} = \frac{22}{24}$$

$$\frac{10}{24} = \frac{5}{12} ; \frac{10}{12} = \frac{5}{6} ; \text{---} = \text{---}$$



### Propriété (admise)

On ne change pas la valeur d'un quotient en écriture fractionnaire si l'on multiplie (ou si on divise) son numérateur et son dénominateur par 1 même nombre différent de zéro.

Traduction en langage mathématique

Pour tous nombres a, b et c (b et c différents de zéro) :  $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$

### Exemples:

Trouve la fraction égale à  $\frac{3}{5}$

dont le dénominateur est 20

$$\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

Trouve la fraction égale à  $\frac{20}{30}$

dont le numérateur est 4.

$$\frac{20 \div 5}{30 \div 5} = \frac{4}{6}$$

Il y a une infinité de fractions égales à une fraction donnée.

### III. Simplifications de fractions

Dans une fraction, lorsque le numérateur et le dénominateur ont un diviseur commun alors on peut simplifier par ce facteur : Pour tout nombre réel  $a$  et pour tous nombres réels  $b$  et  $c$  non nuls, on a :  $\frac{a \times c}{b \times c} = \frac{a}{b}$

Exemples :

- Simplifie la fraction  $\frac{45}{35}$  par 5 :  $\frac{45 \div 5}{35 \div 5} = \frac{9}{7}$        $\frac{45}{35} = \frac{9 \times 5}{7 \times 5} = \frac{9}{7}$
- Simplifie la fraction  $\frac{48}{54}$  par 6 :  $\frac{48 \div 6}{54 \div 6} = \frac{8}{9}$
- Simplifie la fraction  $\frac{36}{24}$  le plus possible :  $\frac{36 \div 12}{24 \div 12} = \frac{3}{2}$

Definition

On dit qu'une fraction est irréductible si on ne peut pas la simplifier davantage.

Savoir-faire

Ecrire la fraction  $\frac{60}{45}$  sous la forme d'une fraction irréductible.

Remarque : on peut simplifier en une seule étape en décomposant le numérateur et le dénominateur en facteurs premiers.

$\frac{60}{45} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$

$\frac{60}{45} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 5} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$

Savoir-faire

Ecrire la fraction  $\frac{36}{128}$  sous la forme d'une fraction irréductible en une étape de simplification.

$\frac{36}{128} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{3 \times 3}{2 \times 2 \times 2} = \frac{9}{8}$

### IV. Fractions égales et produit

On peut traduire une égalité de fractions par une égalité de produits.

Propriété (démontrée)

Les affirmations suivantes sont équivalentes :  $\textcircled{a} \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$        $\textcircled{b} a \times d = b \times c$

Pour tous nombres  $a, b, c$  et  $d$  ( $b$  et  $d$  différents de zéro).

Exemple :  $\frac{18}{15} = \frac{6}{5}$  et  $18 \times 5 = 90 = 15 \times 6$

Savoir-faire

1. Trouve  $x$  tel que :  $\frac{x}{3} = \frac{7}{4}$

2. Trouve  $x$  tel que :  $\frac{5}{3} = \frac{6}{x}$

1)  $\frac{x}{3} = \frac{7}{4}$

2)  $\frac{5}{3} = \frac{6}{x}$

Donc  $4x = 3 \times 7$

Donc  $5x = 3 \times 6$

Donc  $x = \frac{3 \times 7}{4}$

Donc  $x = \frac{3 \times 6}{5}$

Soit  $x = \frac{21}{4}$

Soit  $x = \frac{18}{5}$

$x = 5,25$

$x = 3,6$