

Nombres relatifs.

I. Définition.

Définition

Un nombre relatif... est composé d'une partie numérique et d'un signe.....

On dit que le nombre est négatif si son signe est « ...-... ».

On dit que le nombre est positif si son signe est « ...+... ».

-13 est un nombre négatif ; +5,3 est un nombre positif. (si il n'y a aucun doute, on écrit seulement 5,3...) 0 est le seul nombre à la fois négatif et positif.

Définition

Deux nombres..... sont dits opposés... si deux parties numériques est identiques mais de signe différent

Exemple : $(+5) + (-5) = 0$ donc les nombres $(+5)$ et (-5) sont opposés, on dit aussi l'opposé de $(+5)$ est ou l'opposé de (-5) est $(+5)$. L'opposé de $(+13)$ est (-13) , l'opposé de (-17) est $(+17)$, l'opposé de 0 est 0..

☺ Deux nombres opposés ont la même partie numérique mais sont de signes différents.....

☺ Deux nombres opposés sont les abscisses de points symétriques par rapport à l'origine de la droite numérique.

II. Addition de nombres relatifs.

a) Si les nombres ont le même signe.

Exemple : Edgar gagne 3 images puis 5 images, bilan du premier jour : $+8$

Le lendemain il perd 4 images puis il perd 2 images, bilan du lendemain : -6

Méthode

Pour additionner deux nombres relatifs de même signe....., il suffit d'additionner leurs parties numériques et de conserver leur signe.....

☺ Exemple 1 : $(+3) + (+5) = +8$

Les deux nombres sont de même signe....., on ajoute leurs parties numériques $3 + 5 = 8$ et on garde leur signe commun « $+8$... ».

☺ Exemple 2 : $(-2) + (-4) = -6$

Les deux nombres sont de même signe....., on ajoute leurs parties numériques $2 + 4 = 6$ et on garde leur signe commun « -6 ».

b) Si les nombres sont de signe contraire.

Exemple : bilan du premier jour $+8$... bilan du lendemain -6 ... bilan total $+2$

Méthode

Pour additionner deux nombres relatifs de signe contraire, il suffit de mettre le signe du nombre qui a la plus grande partie numérique et de soustraire la plus grande partie numérique moins la plus petite.....

☺ Exemple 1 : $(+8) + (-6) = +2$...

Les deux nombres sont de signe contraire on garde le signe de celui qui a la plus grande partie numérique « $+8$ » puis on soustrait leurs parties numériques, la plus grande moins la plus petite... $8 - 6 = 2$

☺ Exemple 2 : $(+12) + (-26) = -14$...

Les deux nombres sont de signe contraire, on garde le signe de celui qui a la plus grande partie numérique « -26 » puis on soustrait leurs parties numériques, la plus grande moins la plus petite... $26 - 12 = 14$

III. Soustraction de deux nombres relatifs.

On ne sait... pas soustraire deux nombres relatifs, heureusement, on sait transformer... une soustraction en addition... et comme on sait additionner deux nombres relatifs, on peut les soustraire.....

Propriété (admise)

...Soustraire..... un nombre revient à additionner son opposé.

Traduction en langage mathématique

Pour tous nombres a et b: $a - b = a + (-b)$

Exemple 1 :

$$A = (+3) - (+5)$$

$$\text{Donc } A = (+3) + (-5)$$

$$\text{Donc } A = -2$$

Exemple 2 :

$$A = (-3) - (-8)$$

$$\text{Donc } A = (-3) + (+8)$$

$$\text{Donc } A = +5$$

Exemple 3 :

$$A = (-11) - (+15)$$

$$\text{Donc } A = (-11) + (-15)$$

$$\text{Donc } A = -26$$

IV. Simplification d'écriture

Convention

Dans une addition de nombres relatifs, on peut supprimer le signe opératoire de l'addition et les parenthèses associées.

Exemples : $\{+13\} + \{+8\} = 21$; $\{+13\} + \{-22\} = -9$

Convention

Dans une soustraction de nombres relatifs, on peut supprimer le signe opératoire de la soustraction et les parenthèses associées à condition de changer le signe du nombre entre les parenthèses situées après la soustraction.

Exemples : $\{+11\} - \{+4\} = 7$; $\{+23\} - \{-52\} = 75$

Application:

$$-(a+b) = -a-b \quad -(a-b) = -a+b$$

$$-(a) + (b)$$

$$-(+a) + (-b)$$

Savoir-faire

$$\text{Calcule } A = (+2) + (+6) + (-5) - (-6) - [(+7) + (-8)]$$

Méthode 1 : On enlève les parenthèses.

$$\text{Donc } A = 2 + 6 - 5 + 6 - 7 + 8$$

$$\text{Donc } A = 8 - 5 + 6 - 7 + 8$$

$$\text{Donc } A = 3 + 6 - 7 + 8$$

$$\text{Donc } A = 9 - 7 + 8$$

$$\text{Donc } A = 2 + 8$$

$$\text{Donc } A = 10$$

On transforme l'écriture donnée en écriture simplifiée.

Puis on calcule étape par étape de gauche à droite.

On transforme toutes les opérations en addition.

Méthode 2 : on regroupe par signes

$$\text{Donc } A = (+2) + (+6) + (-5) + (+6) + (-7) + (+8)$$

$$\text{Donc } A = (+2) + (+6) + (+6) + (-5) + (-7) + (+8)$$

$$\text{Donc } A = (+22) + (-12)$$

$$\text{Donc } A = 10$$

$$\text{Donc } A = 10$$

En utilisant la commutativité de l'addition, on regroupe les nombres positifs et les nombres négatifs

On ajoute les nombres positifs entre eux, et les négatifs entre eux.

V. Multiplication de nombres relatifs.

a) Règle des signes.

Règle

Le produit de deux nombres de même signe est positif.....

Le produit de deux nombres de signes contraires est négatif.....

Savoir-faire

Calcule $A = (-3) \times (-5)$ $B = (-6) \times (+5)$ $C = (+8) \times (-7)$

$A = (-3) \times (-5) = 15...$

Les deux facteurs sont de même signe le résultat est positif.

$B = (-6) \times (+5) = -30.$

Les deux facteurs sont de signes contraires le résultat est négatif.

$C = (+8) \times (-7) = -56$

Les deux facteurs sont de signes contraires le résultat est négatif.

b) Signe d'un produit de plusieurs facteurs.

Règle

Si dans un produit de plusieurs facteurs :

⊙ Il y a un nombre pair..... de facteurs négatifs, alors le produit est positif.

⊙ Il y a un nombre impair de facteurs négatifs, alors le produit est négatif.

Savoir-faire

Calcule $A = (+3) \times (-5) \times (-2)$ $B = (+3) \times (-5) \times (-2) \times (-2)$ $C = (-3)^2$

$A = (+3) \times (-5) \times (-2)$

Donc $A = (+15) \times (+2)$

Donc $A = +30.....$

Il y a un ..2... facteurs négatifs, le produit est positif.....

Il y a un ..3... facteurs négatifs, le produit est négatif.....

$B = (+3) \times (-5) \times (-2) \times (-2)$

Donc $B = (+15) \times (-4)$

Donc $B = -60.....$

$C = (-3)^2$

Donc $C = 9.$

Un carré de nombres réels est toujours positif.

On réfléchit d'abord au signe... du produit, puis on calcule le produit avec les nombres sans signe.

VI. Division de nombres relatifs.

a) Inverse d'un nombre relatif.

Définition

Deux nombres sont dits inverses... si leur produit est égal à 1.

Exemple : $(+0,25) \times 4 = 1$ donc les nombres $(+0,25)$ et 4 sont inverses. L'inverse de (-3) est $(-\frac{1}{3})$

Remarques : Le seul nombre qui n'a pas d'inverse est 0. Deux nombres inverses sont toujours de même signe.

b) Division d'un nombre relatif.

Propriété (admise)

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

Traduction en langage mathématique

Pour tous nombres a et b, $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} = a \cdot b^{-1}$

Savoir-faire

Calcule $A = (-10) : (+5)$ $B = (+20) : (-5)$ $C = (-20) : (-10)$

$$A = (-10) : (+5)$$

$$\text{Donc } A = \frac{-10 \times \frac{1}{5}}{\dots}$$

$$\text{Donc } A = -2$$

$$B = (+20) : (-5)$$

$$\text{Donc } B = \frac{20 \times \frac{1}{-5}}{\dots}$$

$$\text{Donc } B = -4$$

$$C = (-20) : (-10)$$

$$\text{Donc } C = \frac{-20 \times \frac{1}{-10}}{\dots}$$

$$\text{Donc } C = 2$$

VII. Enchaînement d'opérations avec des nombres relatifs.

Savoir-faire

Écris chacune de ces expressions avec le moins de signes possible puis calcule.

$$A = -22 + (13 - 5) \times (-5)$$

$$D = 7 \times (-7) + 3 \times (-25) \div (-5)$$

$$B = (-2) \times (-8) + 2 \times (-20) \div 4$$

$$E = -3,2 \times (-6) + (-2,3 - 7,7)$$

$$C = -28 + (5 - 2) \times (-4)$$

$$F = 150 \div (-1,2 - 9 \times 3,2)$$

$$A = -22 + (13 - 5) \times (-5)$$

$$A = -22 + (8) \times (-5)$$

$$A = -22 + (-40)$$

$$A = -62$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$D = 7 \times (-7) + 3 \times (-25) \div (-5)$$

$$D = (-49) + 3 \times (-25) \div (-5)$$

$$D = (-49) + (-75) \div (-5)$$

$$D = (-49) + 15$$

$$D = (-34)$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$B = (-2) \times (-8) + 2 \times (-20) \div 4$$

$$B = 16 + 2 \times (-20) \div 4$$

$$B = 16 + (-80) \div 4$$

$$B = 16 + (-20)$$

$$B = -4$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$E = -3,2 \times (-6) + (-2,3 - 7,7)$$

$$E = +3,2 \times (-6) + (-10)$$

$$E = +19,2 + (-10)$$

$$E = 9,2$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$C = -28 + (5 - 2) \times (-4)$$

$$C = -28 + 3 \times (-4)$$

$$C = -28 - 12$$

$$C = -40$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$F = 150 \div (-1,2 - 9 \times 3,2)$$

$$F = 150 \div (-1,2 - 28,8)$$

$$F = 150 \div (-30)$$

$$F = (-5)$$

$$\dots$$

$$\dots$$