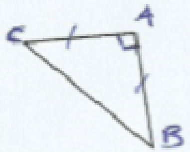
Racines carrées.

I. Introduction.

Au temps de Mr Pythagore, on considère un triangle ABC rectangle isocèle en A tel que : AB = AC = 1

ABC est un triangle rectangle en A tel que : AB = 1 et AC = 1

Calculer BC.



Le triangle ABC est rectangle en A, donc je peux utiliser le théorème du Mr Pythagore

Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Soit $BC^2 = 1^2 + 1^2$

Donc $BC^2 = 2$

Donc ....

Remarque : Que sait-on sur la longueur BC ?

- elle est positif
- son carré est égale a 2

Le nombre n'est pas un nombre décimale, on ne peut pas l'écrire avec des chiffres, on lui donne un petit nombre racine carrée de deux.

II. Définition

Définition

Soit a un nombre positif on appelle racine carré de a le nombre positif dans le carré est égale à a.

$\sqrt{25}$: -5 et 5 ont un carrée égale a 25.

$\sqrt{25}$ est celui des deux qui est positif donc $\sqrt{25} = 5$

$\sqrt{81} = 9$; $\sqrt{0,01} = 0,1$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{-4}$ n'existe pas car un carré de nombre réel est toujours positif.

III. Les carrés parfaits.

Définition

Un nombre dont la racine carrée est un nombre entier s'appelle un carré parfait.

Exemples :

144 est un carré parfait car $12 \times 12 = 144$

64 est un carré parfait car $8 \times 8 = 64$

49 est un carré parfait car $7 \times 7 = 49$.

Application :

encadrer une racine carrée par deux entiers consécutifs.

* Racine carré de 19

$16 < 19 < 25$ donc $\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$ donc $4 < \sqrt{19} < 5$.

IV. Racines carrées et additions.

Attention

En général, pour tous nombres a et b positifs, $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

Contre - Exemple :

$\sqrt{4} + \sqrt{1} = 2 + 1 = 3$ et $\sqrt{5} \approx 2{,}23$. Donc $\sqrt{4} + \sqrt{1} \neq \sqrt{5}$

V. Racines carrées et multiplications.

Propriété

Pour tous nombres a et b positifs $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Exemples :

$\sqrt{8} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{300} = \sqrt{100 \times 3} = \sqrt{100} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

Application :

☺ Simplifie le calcul $A = \sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{50}$.

$A = \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{16 \times 2} + \sqrt{25 \times 2}$

$A = \sqrt{4} \times \sqrt{2} + \sqrt{16} \times \sqrt{2} + \sqrt{25} \times \sqrt{2}$

$A = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$.

☺ Simplifie le calcul $B = 3\sqrt{20} + 2\sqrt{75} - \sqrt{500}$.

$B = 3\sqrt{20} + 2\sqrt{75} + -\sqrt{500}$

$B = 3 \times \sqrt{20} + 2 \times \sqrt{75} + -\sqrt{100} \times \sqrt{5}$

$B = 3 \times \sqrt{4 \times 5} + 2 \times \sqrt{15 \times 5} + 10 \times \sqrt{5}$.

$B = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$B = 3 \times 2 \times \sqrt{5} + 2 \times 5 \times \sqrt{3}$

$B = 6\sqrt{5} + 10 \times \sqrt{3}$

VI. Racines carrées et divisions.

Propriété

Pour tous nombres a et b positifs (b différent de zéro) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemples :

$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$

On pouvait aussi faire : $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$

Si ces formules ne sont plus au programme, elles permettent de simplifier les résultats, surtout avec Mr Pythagore.