Calcul littéral.

I. Introduction.

Souvent en mathématiques, pour écrire une formule ou pour simplifier un problème on a besoin d'utiliser des lettres plutôt que des nombres, on dit alors qu'on écrit une ...expression littérale...

Exemple : un savant a créé une machine qui transforme les nombres, « si on entre un nombre, elle le multiplie par 3 puis elle ajoute 5 », on traduit cette phrase par « si on rentre un nombre a, elle calcule ...$a\times3+5$...... »

Un nombre est représenté par une ....lettre appelée variable....

Convention d'écriture : Pour ne pas qu'il y ait de confusion entre la lettre x et le symbole $\times$, dans une expression littérale on évite autant que possible d'écrire le symbole $\times$.

Exemple : $3 \times a + 5 =$ ..$3a+5$..; $a \times b =$ ..$a.b$...; $a \times 3 \times b =$ $a.3.b$ / $3ab$; $2 \times 3 \times \pi =$ $2\times3\times\pi$ / 6π

☺ Addition de deux nombres.

La somme de deux nombres a et b se note $\boxed{a+b}$.

$\boxed{2a}$ s'appelle le double du nombre a et se note $\boxed{a + a = 2\times a = 2a}$.

$\boxed{3a}$ s'appelle le triple du nombre a et se note $\boxed{a + a + a = 3\times a = 3a}$.

☺ Soustraction de deux nombres.

Définition

Deux nombres sont dit opposés lorsque leur somme est zéro.

L'opposé du nombre a se note $-a$... Il vérifie $\boxed{a + (-a) = 0}$ et $\boxed{-a = a \times -1}$.

Remarque : Deux nombres opposés sont de signes différents.

Pour tout nombre x, on a : . Si x est positif alors $-x$ est négatif.

. Si x est négatif alors $-x$ est positif. (si $x = (-3)$ alors $-x = 3$)

La différence de deux nombres a et b se note $\boxed{a-b}$.

Propriété

Soustraire un nombre revient à additionner son opposé.

ex. $2x - 1 = 2x + (-1)$

☺ Le produit de deux nombres a et b se note $\boxed{ab}$.

$\boxed{a^2}$ s'appelle le carré du nombre a et se note $\boxed{a \times a = a^2}$.

$\boxed{a^3}$ s'appelle le cube du nombre a et se note $\boxed{a \times a \times a = a^3}$.

☺ Division de deux nombres.

Définition

Deux nombres sont dit inverse lorsque est égal à 1

L'inverse d'un nombre a non nul se note $\frac{1}{a}$... Il vérifie $\boxed{\frac{1}{a} \times a = 1}$ et $\boxed{a : a = 1}$.

Remarque : Deux nombres inverses sont de même signes

Le quotient de deux nombres a et b se note $\boxed{a:b \text{ ou } \frac{a}{b}}$. C'est le nombre qui vérifie $\boxed{b \times \frac{a}{b} = \ldots}$

Propriété

diviser par un nombre revient à multiplier son inverse

Traduction en language mathématique

$a : b = a \times \frac{1}{b}$

II. Remplacer une lettre par une valeur.

Pour remplacer une lettre par une valeur, dans une expression littérale, il suffit d'écrire la valeur à la place de la lettre et puis on calcule.

☺ **Exemple 1** : **A = 3a + 5**

Calcule **A** si **a = 4.**

$A = 3 \times 4 + 5$

$A = 17$

☺ **Exemple 2** : **B= x² + 3x -1**

Calcule **B** si **x = 5.**

$B = 5 \times 5 + 3 \times 5 - 1$

$B = 25 + 15 - 1 = 39$

Comme la valeur de l'expression littérale dépend de la valeur de la variable, on écrit $A(4) = 17$

Attention cette notation n'est pas au programme, mais elle permet d'écrire plus simplement : « calcule la valeur de l'expression A lorsque $x = 4$ » s'écrit « calcule A(4) »

III. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

a) La simple distributivité.

On calcule de deux façons l'aire du rectangle ACDF.

- En utilisant les deux petits rectangles

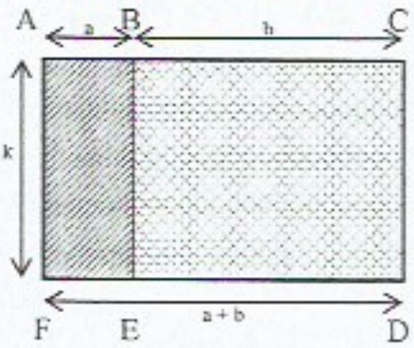
$\mathcal{A}_{ACDF} = \mathcal{A}_{ABEF} + \mathcal{A}_{BCDE} = AB \times AF + BC \times AF = k \times a + k \times b$

- Directement :

$\mathcal{A}_{ACDF} = AC \times AF = k \times (a+b)$

On vient de montrer que pour tous nombres non nuls k, a et b.

$k(a+b) = ka + kb$



Propriété (admise)

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$

Savoir-faire

☺ $A(a) = 3 \times (a + 5)$ ☺ $B(x) = 3(x + 4)$ ☺ $C(x) = 4x(2x - 4)$

$A(a) = 3 \times (a + 5)$	$B(x) = 3(x + 4)$	$C(x) = 4x(2x - 4)$
Donc $A(a) = 3 \times a + 3 \times 5$	Donc $B(x) = 3x + 3 \times 4$	Donc $C(x) = 4x \times 2x - 4x \times 4$
Donc $A(a) = 3a + 15$	Donc $B(x) = 3x + 12$	Donc $C(x) = 8x^2 - 16x$

b) La double distributivité.

On calcule de deux façons l'aire du rectangle ACIG.

- En utilisant les quatre petits rectangles

$\mathcal{A}_{ACIG} = \mathcal{A}_{ABEF} + \mathcal{A}_{BCDE} + \mathcal{A}_{FEHG} + \mathcal{A}_{EDIH}$

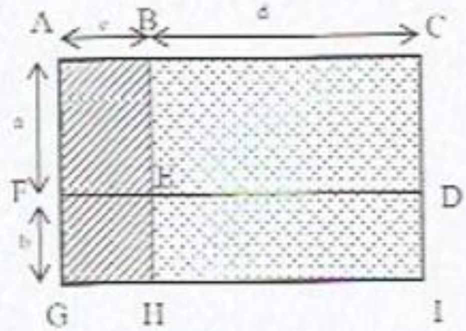
$= a \times c + a \times d + b \times c + b \times c$

$= \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$

- Directement : $\mathcal{A}_{ACDF} = (a+b) \times c = (a+b) \times d$

On vient de montrer que pour tous nombres réels a, b, c et d.

$(a+b)(c+b) = ac + ad + bc + bd$



Propriété (admise)

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ pour tous nombres a, b, c et d

Savoir-faire

Développe les expressions suivantes

☺ $A(x) = (2x+3)(4x+5)$ ☺ $B(x) = (x-3)(2x-5)$ ☹ $C(x) = -2(3x-1)(2x+4)$

$A(x) = (2x+3)(4x+5)$

Donc $A(x) = 2x \times 4x + 2x \times 5 + 3 \times 4x + 3 \times 5$

Donc $A(x) = 8x^2 + 10x + 12x + 15$

Donc $A(x) = 8x^2 + 22x + 15$

$B(x) = (x-3)(2x-5)$

Donc $B(x) = x \times 2x - x \times 5 - 3 \times 2x + 3 \times 5$

Donc $B(x) = 2x^2 - 5x - 6x + 15$

Donc $B(x) = 2x^2 - 11x + 15$

$C(x) = -2(3x-1)(2x+4)$

Donc $C(x) = -2(6x^2 + 12x - 2x - 4)$

Donc $C(x) = -2(6x^2 + 10x - 4)$

Donc $C(x) = -12x^2 - 20x + 8$

c) Egalités remarquables.

Propriété

Pour tous nombres a et b …………………………………………………………………………………

Exemples :

$A(x) = (2x + 3)^2$

Donc $A(x) = $ ………………………

Donc $A(x) = $ ………………………

Donc $A(x) = $ ………………………

$B(x) = (4x+5)^2$

Donc $B(x) = $ ………………………

Donc $B(x) = $ ………………………

Donc $B(x) = $ ………………………

$C(x) = 25x^2 + 30x + 9.$

Donc $C(x) = $ ………………………

Donc $C(x) = $ ………………………

Donc $C(x) = $ ………………………

Propriété

Pour tous nombres a et b …………………………………………………………………………………

Exemples :

$A(x) = (2x - 3)^2$

Donc $A(x) = $ ………………………

Donc $A(x) = $ ………………………

Donc $A(x) = $ ………………………

$B(x) = (3x-4)^2$

Donc $B(x) = $ ………………………

Donc $B(x) = $ ………………………

Donc $B(x) = $ ………………………

$C(x) = x^2 - 2x + 1.$

Donc $C(x) = $ ………………………

Donc $C(x) = $ ………………………

Donc $C(x) = $ ………………………

Propriété

Pour tous nombres a et b …………………………………………………………………………………

Exemples :

$A(x) = (3x - 4)(3x + 4)$

Donc $A(x) = $ ………………………

Donc $A(x) = $ ………………………

$B(x) = 9x^2 - 25$

Donc $B(x) = $ ………………………

Donc $B(x) = $ ………………………

$C(x) = (2x-3)^2 - (3x+5)^2$

Donc $C(x) = $ ………………………

Donc $C(x) = $ ………………………

Donc $C(x) = $ ………………………

IV. Réduire une expression littérale.

☺ **Exemple :** 5❀ + 3✹ - 2❀ + 8✹ = 3❀ + 11✹

Définition

Réduire....... une expression littérale signifie .ajouter.... les différentes .variables identiques..........

Savoir-faire

Réduire les expressions suivantes

☺ $A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$ ☺ $B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$ ☺ $C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

$A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$ $B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$ $C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

Donc $A(a) =$ ..7a + 4.. Donc B .... = ... Donc C .... = ...

V. Développer et factoriser.

a) Produits et sommes.

Parmi les expressions suivantes, souligne en rouge les produit et en vert les sommes.

$A(a) = a + 5$; $B(y) = 3y$; $C(t) = 3(t + 5)$; $D(x) = 3x + 5$; $E(x) = (x + 2)(x - 1)$;

$F(x) = (x + 2) - (x - 1)$; $H(x) = (x + 2)^2$; $I(x) = 3x^2 + 2x - 4$; $J(x) = 4(x^2 + 2x) - 1$

b) Développer.

Définition

...développer.. une expression littérale signifie transformer ..un...produit..en somme.......

☺ **Exemple 1 :**

$A(x) = 3(2x - 5) - 6(4x + 2)$

Donc $A(x) =$ .3 × 2x - 3 × 5 - (6 × 4x + 6 × 2)

Donc $A(x) =$ .6x - 15 - 6 × 4x - 6 × 2

= 6x - 15 - 24x - 12

= -18x - 27

☺ **Exemple 2 :**

$B(x) = 3x(2x - 1) - 5(4x - 2)$

Donc $B(x) =$ .6x² - 3x - 20x + 10

Donc $B(x) =$ .6x² - 23x + 10......

☺ **Exemple 3 :**

$C\ldots = 3(2x - 5)(4x + 2)$

Donc C....= .3(8x² + 4x - 20x - 10)........

Donc C....= .3(8x² - 16x - 10)..............

Donc C....= .24x² - 48x - 30...........

☺ **Exemple 4 :**

$D\ldots = 2(2x - 1)(x + 2) - 3(x - 2)(x - 1)$

Donc D....= 2(2x² + 4x - x - 2) - 3(x² - x - 2x + 2)

Donc D....= .4x² + 8x - 2x - 4 - 3x² + 3x + 6x - 6

Donc D....= ...x² + 15x - 10.........................

c) Factoriser.

Définition

..Factoriser.... une expression littérale signifie transformer les différentes sommes en produit ....

☺ **Exemple 1 :**

$A(x) = 5x + 15$

Donc A(x) = 5.x + 5 × 3....

Donc A(x) = ..5(x+3).........

Je cherche un facteur commun

K×a + K×b = K(a+b)

☺ **Exemple 2 :**

$B\ldots = 3(x + 1)(2x - 1) + 2(x + 1)(5x + 4)$

Donc B….= …..…………………………….…..……..

Donc B….= …..…………………………….…..……..

Donc B….= …..…………………………….…..……..