

Calcul littéral.

I. Introduction.

Souvent en mathématiques, pour écrire une formule ou pour simplifier un problème on a besoin d'utiliser des lettres plutôt que des nombres, on dit alors qu'on écrit une expression littérale.

Exemple : un saient a créé une machine qui transforme les nombres, « si on entre un nombre, elle le multiplie par 3 puis elle ajoute 5 », on traduit cette phrase par « si on entre un nombre a , elle calcule $3a + 5$ »

Un nombre est représenté par une lettre appelée variable.

Convention d'écriture : Pour ne pas qu'il y ait de confusion entre la lettre x et le symbole $\cdot x$, dans une expression littérale on écrit autant que possible d'écrire le symbole \times .

Exemple : $3 \times a + 5 = 3a + 5$; $a \times b = a \cdot b$; $a \times 3 \times b = 3ab$; $2 \times 3 \times \pi = 6\pi$.

😊 Addition de deux nombres.

La somme de deux nombres a et b se note $a + b$.

$2a$ s'appelle le double du nombre a et se note $a + a = 2a$.

$3a$ s'appelle le triple du nombre a et se note $a + a + a = 3a$.

😊 Soustraction de deux nombres.

Définition

Deux nombres sont dit opposés lorsque leur somme est zéro.

L'opposé du nombre a se note $-a$. Il vérifie $a + (-a) = 0$ et $-a = a \times (-1)$.

Remarque : Deux nombres opposés sont de signes différents.

Pour tout nombre x , on a : Si x est positif alors $-x$ est négatif.

Si x est négatif alors $-x$ est positif (ex: si $x = (-3)$ alors $-x = 3$)

La différence de deux nombres a et b se note $a - b$.

Propriétés

Soustraire un nombre revient à additionner son opposé.

ex: $2a - 1 = 2a + (-1)$

😊 Le produit de deux nombres a et b se note $a \times b$.

a^2 s'appelle le carré du nombre a et se note $a \times a = a^2$.

a^3 s'appelle le cube du nombre a et se note $a \times a \times a = a^3$.

😊 Division de deux nombres.

Définition

Deux nombres sont dit inverses lorsque est égal à 1.

L'inverse d'un nombre a non nul se note $\frac{1}{a}$. Il vérifie $\frac{1}{a} \times a = 1$ et $a : a = 1$.

Remarque : Deux nombres inverses sont de même signe.

Le quotient de deux nombres a et b se note $\frac{a}{b}$. C'est le nombre qui vérifie $\frac{a}{b} \times b = a$.

Propriété

..... inverses. $\frac{a}{b}$ est un nombre réel à multiplier son inverse.....

Traduction en langage mathématique

$a : b = a \times \frac{1}{b}$

II. Remplacer une lettre par une valeur

Pour remplacer une lettre par une valeur, dans une expression littérale, il suffit d'écrire la valeur à la place de la lettre et puis on calcule.

⊙ Exemple 1 : $A = 3a + 5$

Calcule A si $a = 4$.

$A = 3 \times 4 + 5$

$A = 17$

⊙ Exemple 2 : $B = x^2 + 3x - 1$

Calcule B si $x = 5$.

$B = 5 \times 5 + 3 \times 5 - 1$

$B = 25 + 15 - 1 = 39$

Comme la valeur de l'expression littérale dépend de la valeur de la variable, on écrit $A(4) = 17$

Attention cette notation n'est pas au programme, mais elle permet d'écrire plus simplement : « calcule la valeur de l'expression A lorsque $x = 4$ » s'écrit « calcule $A(4)$ »

III. Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

a) La simple distributivité

On calcule de deux façons l'aire du rectangle $ACDF$.

- En utilisant les deux petits rectangles

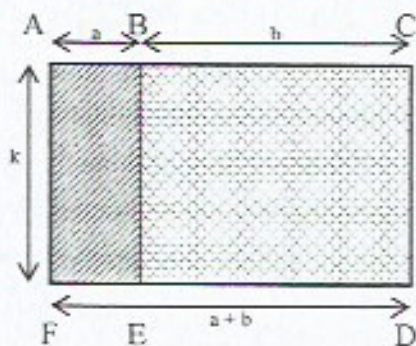
$A_{ACDF} = A_{ABEF} + A_{BCDE} = AB \times AF + BC \times AF = k \times a + k \times b$

- Directement :

$A_{ACDF} = AC \times AF = k \times (a+b)$

On vient de montrer que pour tous nombres non nuls k , a et b .

$k(a+b) = k \times a + k \times b$



Propriété (admise)

$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$

Savoir-faire

⊙ $A(a) = 3 \times (a + 5)$

⊙ $B(x) = 3(x + 4)$

⊙ $C(x) = 4x(2x - 4)$

$A(a) = 3 \times (a + 5)$

Donc $A(a) = 3 \times a + 3 \times 5$

Donc $A(a) = 3a + 15$

$B(x) = 3(x + 4)$

Donc $B(x) = 3 \times x + 3 \times 4$

Donc $B(x) = 3x + 12$

$C(x) = 4x(2x - 4)$

Donc $C(x) = 4 \times x \times 2x + 4 \times x \times (-4)$

Donc $C(x) = 8x^2 - 16x$

IV. Réduire une expression littérale.

⊙ Exemple : $5\oplus + 3\ominus - 2\oplus + 8\ominus = 3\oplus + 11\ominus$

Definition

Réduire..... une expression littérale signifie grouper les différentes variables identiques.....

Savoir-faire

Réduire les expressions suivantes

⊙ $A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$ ⊙ $B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$ ⊙ $C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

$A(a) = 3a + 5 + 4a - 1$

$B(x) = 8x^2 + 5x + 6 - 2x^2 + 9$

$C(x) = 9x^2 - 3x + 5 - 12x^2 + 9x - 7$

Donc $A(a) = \dots$

Donc $B \dots = \dots$

Donc $C \dots = \dots$

V. Développer et factoriser.

a) Produits et sommes.

Parmi les expressions suivantes, souligne en rouge les produit et en vert les sommes.

$A(a) = a + 5$; $B(y) = 3y$; $C(t) = 3(t + 5)$; $D(x) = 3x + 5$; $E(x) = (x + 2)(x - 1)$;

$F(x) = (x + 2) - (x - 1)$; $H(x) = (x + 2)^2$; $I(x) = 3x^2 + 2x - 4$; $J(x) = 4(x^2 + 2x) - 1$

b) Développer.

Definition

.....développer..... une expression littérale signifie transformer..... un produit en somme.....

⊙ Exemple 1 :

$A(x) = 3(2x - 5) - 6(4x + 2)$

Donc $A(x) = 3 \times 2x - 3 \times 5 - 6 \times 4x + 6 \times 2$

Donc $A(x) = 6x - 15 - 24x + 12$

⊙ Exemple 2 :

$B(x) = 3x(2x - 1) - 5(4x - 2)$

Donc $B(x) = 6x^2 - 3x - 20x + 10$

Donc $B(x) = 6x^2 - 23x + 10$

⊙ Exemple 3 :

$C \dots = 3(2x - 5)(4x + 2)$

Donc $C \dots = \dots$

Donc $C \dots = \dots$

Donc $C \dots = \dots$

⊙ Exemple 4 :

$D \dots = 2(2x - 1)(x + 2) - 3(x - 2)(x - 1)$

Donc $D \dots = \dots$

Donc $D \dots = \dots$

Donc $D \dots = \dots$

c) Factoriser.

Definition

.....factoriser..... une expression littérale signifie transformer des sommes en produit.....

⊙ Exemple 1 :

$A(x) = 5x + 15$

Donc $A(x) = 5 \times x + 5 \times 3$

Donc $A(x) = 5(x + 3)$

⊙ Exemple 2 :

$B \dots = 3(x + 1)(2x - 1) + 2(x + 1)(5x + 4)$

Donc $B \dots = \dots$

Donc $B \dots = \dots$

Donc $B \dots = \dots$

Je cherche un facteur commun

$k(a + b) = k(a) + k(b)$