

# Equations à une inconnue.

## I. Introduction

**Exemple :** Je pense à un nombre, si j'ajoute 4 à ce nombre je trouve 18. Quel est le nombre auquel je pense ?

Une équation est une égalité... dans laquelle il faut trouver un nombre... inconnu.  
Souvent la question est écrite en langage mathématique.....

Une réponse à la question s'appelle une résolution... de l'équation.

### Definition

**Résoudre** une équation, c'est chercher la... ou... les valeurs d'un nombre inconnu... qui vérifient l'égalité... proposée. Ces valeurs sont appelées solutions de l'équation.

**Remarque :** une équation peut avoir plusieurs solutions.

En langage mathématique, une équation est composée de deux (parties), séparées par un signe "="  
expressions

**\* Attention :** ne pas confondre le statut de la lettre  $x$

⊙ Dans une expression littérale, elle ne représente pas un nombre inconnu mais on peut lui donner n'importe qu'elle valeur... on l'appelle la variable.

⊙ Dans une équation, elle ne représente un ou plusieurs nombres inconnus qu'il faut trouver on l'appelle l'inconnue.

$A(x) = 2x + 4$ ...  $x$  est une variable... (E) :  $2x + 4 = 13$ ...  $x$  est une valeur inconnue.....

## II. Vérifier si un nombre est solution ou non d'une équation.

### a) Tester une égalité.

#### Méthode

Il faut remplacer l'inconnue... par les nombres proposés dans chacun des membres de l'équation puis constater si l'égalité est  vraie... ou non.

#### Savoir-faire

3 rend-il vrai l'égalité  $2x^2 - 5 = x + 10$  ?

..... d'une part :  $2 \times 3^2 - 5 = 13$  ..... | Donc l'égalité est vraie  
..... d'autre part :  $3 + 10 = 13$  ..... | .....  $x = 3$

### b) Vérifier si un nombre est solution ou non d'une équation.

#### Savoir-faire

Les nombres 4 et -5 sont-ils solutions de l'équation (E) :  $2x - 3 = 3x + 2$ .

Ce n'est pas la peine de résoudre l'équation.

\*  $2 \times 4 - 3 = 5 = \dots$  de plus  $3 \times 4 + 2 = 14 = \dots$  donc 4 n'est pas une solution de l'équation

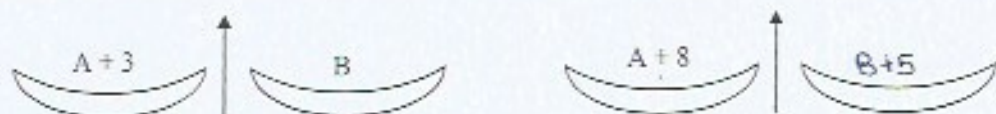
\*  $2 \times (-5) - 3 = -13 = \dots$  de plus  $3 \times (-5) + 2 = -13 = \dots$  donc -5 est une solution de l'équation



### III. Égalités et opérations

#### a) Égalités et addition

Exemple : La première balance est en équilibre, complète la deuxième pour qu'elle le soit.



#### Règle

Une égalité reste VRAIE si on ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres de l'équation

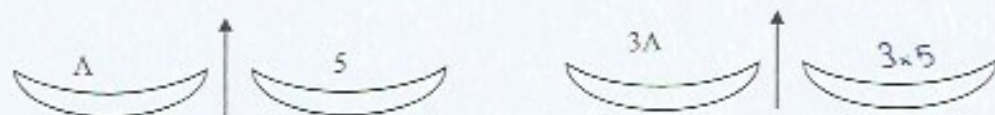
#### Traduction en langage mathématique

Soit  $A, B$  et  $n$  trois nombres, si  $A = B$  donc alors  $A + n = B + n$

#### Applications :

- Si  $a$  est un nombre tel que  $a = 10$  alors on peut affirmer que  $a + 8 = 18$
- Si  $b$  est un nombre tel que  $b + 5 = 21$  alors on peut affirmer que  $b = 16$
- Si  $x$  est un nombre tel que  $x - 10 = 9$  alors on peut affirmer que  $x = 19$

#### b) Égalités et multiplication



#### Règle

Une égalité reste VRAIE si on multiplie ou on divise par un même nombre les deux membres de l'équation

#### Traduction en langage mathématique

Soit  $A, B$  et  $n$  trois nombres, si  $A = B$  donc  $A \times n = B \times n$

#### Applications :

- Si  $a$  est un nombre tel que  $a = 10$  alors on peut affirmer que  $2a = 2 \times 10 = 20$
- Si  $b$  est un nombre tel que  $5b = 30$  alors on peut affirmer que  $b = \frac{30}{5}$  donc  $b = 6$
- Si  $x$  est un nombre tel que  $x = 9$  alors on peut affirmer que  $-4x = -36 = 9 \times (-4)$
- Si  $x$  est un nombre tel que  $-6x = 42$  alors on peut affirmer que  $x = \dots$  donc  $x = \dots$

### IV. Résolution d'équation

#### a) Degré d'une équation

#### Définition

résoudre une équation, c'est trouver la ou les valeurs de l'inconnue qui vérifie l'égalité.

Le degré d'une équation est la plus grande puissance de l'inconnue

#### Exemples :

$$3 + x^2 + x^3 = 1 \text{ degré est } 3$$

$$3 + x^2 + 1 = 0 \text{ on dit degré } 2$$

## b) Equations du premier degré.

Toute équation du premier degré est équivalente à une équation de la forme (E) :  $ax = b$ .

### Savoir-faire

Résoudre l'équation (E) :  $2x + 3 = 13$ .

$$(E) : 2x + 3 = 13.$$

$$\text{Donc } (E) : 2x = 10 \dots$$

$$\text{Donc } (E) : x = \frac{10}{2} \dots$$

$$\text{Donc } (E) : x = 5 \dots$$

On enlève 3 aux 2 membres

On divise les deux membres par 2.

Vérification :  $2 \times 5 + 3 = 10 + 3 = 13$  (ok)

Conclusion : Donc l'équation a une solution qui est 5.

### Savoir-faire

Résoudre l'équation (E) :  $2x - 10 = 5x + 2$ .

$$(E) : 2x - 10 = 5x + 2.$$

$$\text{Donc } (E) : 2x - 10 - 5x = 2 \dots$$

$$\text{Donc } (E) : -3x - 10 = 2 \dots$$

$$\text{Donc } (E) : -3x = 2 + 10$$

$$\text{Donc } (E) : -3x = 12 \dots$$

$$\text{Donc } (E) : x = \frac{12}{-3}$$

$$\text{Donc } (E) : x = -4 \dots$$

On enlève  $5x$  dans chaque membre

On ajoute 10 aux 2 membres

On divise les 2 membres par -3.

Vérification :  $2 \times (-4) - 10 = 5 \times (-4) + 2 = -18$

Conclusion : Donc l'équation a une solution qui est -4.

## c) Equations du deuxième degré.

### ☺ Equation du type (E) : $x^2 = a$

Résoudre l'équation

$$(E) : x^2 = 81$$

il y a deux nombres dont le carré est égal à 81, -9 et 9. L'équation (E) a deux solutions qui sont 9 et -9.

Résoudre l'équation

$$(E) : x^2 = 13$$

l'équation a deux solutions qui sont  $\sqrt{13}$  et  $-\sqrt{13}$ .

Résoudre l'équation

$$(E) : x^2 = 0$$

l'équation a une seule solution qui est 0.

Résoudre l'équation

$$(E) : x^2 = -5$$

un carré de nombre réel est toujours positif. Cette équation n'a pas de solution.