

# Inéquations.

## I. Ordre et opérations.

### a) Ordre et addition.

Introduction :

$$\begin{array}{l} 18 < 23 \\ \text{or } 18 + 7 = 25 \quad 23 + 7 = 30 \\ \text{donc } 18 + 7 < 23 + 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 18 > -3 \\ \text{or } 18 + 5 = 23 \quad -3 + 5 = 2 \\ \text{donc } 18 + 5 > -3 + 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 > -8 \\ \text{or } -5 - 9 = -14 \quad -8 - 9 = -17 \\ \text{donc } -5 - 9 > -8 - 9 \end{array}$$

### Propriété

On ne change pas l'ordre de deux nombres si on leur ajoute ..... ou on leur soustrait ..... un même nombre.

Traduction en langage mathématique

pour des nombres  $a, b, c$  : Si  $a < b$  alors  $a + c < b + c$

Applications :

- ⊗ Si  $a$  est un nombre tel que  $a < 10$  alors on peut affirmer que  $a + 8 < 18$ .
- ⊗ Si  $b$  est un nombre tel que  $b + 5 < 21$  alors on peut affirmer que  $b < 16$ .
- ⊗ Si  $x$  est un nombre tel que  $x - 10 < 9$  alors on peut affirmer que  $x < 19$ .

### b) Ordre et multiplication.

Introduction :

$$\begin{array}{l} 8 > 3 \\ \text{or } 8 \times 7 = 56 \quad 3 \times 7 = 21 \\ \text{donc } 8 \times 7 > 3 \times 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 < -3 \\ \text{or } -5 \times 4 = -20 \quad -3 \times 4 = -12 \\ \text{donc } -5 \times 4 < -3 \times 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 > -3 \\ \text{or } 2 \times (-5) = -10 \quad -3 \times (-5) = 15 \\ \text{donc } 2 \times (-5) < -3 \times (-5) \end{array}$$

### Propriété ( admise )

- ⊗ On ne change pas l'ordre de deux nombres si on les multiplie ou on les divise par un même nombre positif.
- ⊗ On change l'ordre de deux nombres si on les multiplie ou on les divise par un même nombre négatif.

Traduction en langage mathématique

Si  $a < b$  Alors :  
 - Si  $c > 0$  ;  $a \times c < b \times c$   
 - Si  $c < 0$  ;  $a \times c > b \times c$

Applications :

- ⊗ Si  $a$  est un nombre tel que  $a < 10$  alors on peut affirmer que  $2a < 20$ .
- ⊗ Si  $b$  est un nombre tel que  $5b < 30$  alors on peut affirmer que  $b < \frac{30}{5}$  donc  $b < 6$ .
- ⊗ Si  $x$  est un nombre tel que  $x < 9$  alors on peut affirmer que  $-4x > -36$ .
- ⊗ Si  $x$  est un nombre tel que  $-6x < 42$  alors on peut affirmer que  $x > \frac{42}{-6}$  donc  $x > -7$ .

## II. Inéquations.

### a) Introduction.

Une **inéquation** est une **question**... dans laquelle il faut trouver des **nombre(s)**... inconnu(s).  
Souvent la question est écrite en langage mathématique... Résoudre (I) :  $3x - 5 > 2$ .....  
Une réponse à la question s'appelle une **solution**..... de l'inéquation.

### Définition

Résoudre une inéquation, c'est chercher toutes les valeurs d'un nombre inconnu qui vérifient l'inégalité proposée. Ces valeurs sont appelées **solutions** de l'inéquation.

En langage mathématique, une inéquation est composée de deux **membre(s)**... séparés par un **symbole**...  
 $< ; \leq ; > ; \geq$

### b) Vérifier qu'un nombre est solution ou non d'une inéquation.

#### Méthode

Il faut remplacer l'inconnue... par les nombres proposés dans chacun des membres séparément... puis constater si l'inégalité est vérifiée... ou non.

#### Savoir-faire

Les nombres 2 et -4 sont-ils solution de l'inéquation (I) :  $3x - 5 < -2$ .

$$3 \times 2 - 5 = 1 \quad 1 > -2 \quad \text{donc } 2 \text{ n'est pas solution de (I)}$$
$$3 \times -4 - 5 = -12 - 5 = -17 \quad -17 < -2 \quad \text{donc } -4 \text{ est solution de (I)}$$

Remarque : Bien faire les calculs séparément.

### c) Résolution d'une inéquation.

Toute inéquation du 1<sup>er</sup> degré peut se transformer sous la forme  $ax > b$ .

#### Savoir-faire

Résoudre l'inéquation (I) :  $3x - 9 < 5x + 7$ .

$$(I) : 3x - 9 < 5x + 7$$

$$\text{Donc (I) : } -2x - 9 < 7$$

$$\text{Soit (I) : } -2x < 7 + 9$$

$$\text{Donc (I) : } -2x < 16$$

$$\text{Donc (I) : } x > \frac{16}{-2}$$

$$\text{Donc (I) : } x > -8$$

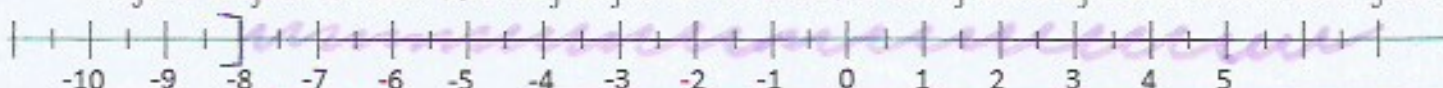
On ajoute  $-5x$  aux deux membres

On ajoute 9 aux deux membres

On divise les deux membres par  $-2$ .

$-2$  est négatif, on change le sens de l'inégalité.

Il y a une infinité de solutions, on ne peut pas toutes les citer, mais on peut les représenter sur une droite graduée :



-8 n'est pas solution, on met les crochets vers l'extérieur des solutions.

On n'oublie pas la phrase réponse :  
Les solutions correspondent à la partie coloriée en violet sur la droite numérique.