

Statistiques.



I. Introduction.

a) Effectif d'une donnée statistique.

Définition

L'ensemble des données recueillies auprès des individus d'une population est appelé une **série statistique**. Plusieurs données peuvent avoir la même valeur. L'**effectif** d'une valeur est le nombre de fois que cette valeur apparaît dans la série.

Exemple :

On a demandé aux 25 élèves d'une classe de 5^{ème} de dire la couleur qu'ils préfèrent parmi le rouge, le bleu, le vert et le noir.

Voici leurs réponses: Noir, noir, vert, vert, vert, vert, vert, vert, vert, vert, vert, vert, vert, vert, rouge, rouge, rouge, rouge, rouge, bleu, bleu, bleu, bleu, bleu, bleu, bleu, bleu.

Il y a un vocabulaire très spécifique aux statistiques:

L'étude concerne les élèves d'une classe de 5^{ème}. C'est la **population étudiée**.

L'étude porte sur des couleurs. La couleur préférée est le **caractère étudié**.

Le caractère (la couleur) est ici est un **caractère qualitatif** mais il peut être aussi **quantitatif** si on étudie par exemple la taille des élèves. Plus généralement, tout ce qui peut être réduit à un nombre sera un caractère quantitatif.

Il y a 4 couleurs dans l'étude, on dit que le caractère étudié peut prendre 4 **valeurs**.

Les 25 réponses des élèves s'appellent les **données**.

On peut représenter les résultats de cette étude statistique dans un tableau.

Couleur	rouge	bleu	vert	noir	total
Nombre d'élèves (effectif)	5	8	10	2	25

L'effectif de la donnée rouge est ...5..... L'effectif total de la série statistique est ...25.....

Définition

L'**effectif total** est le nombre total de données dans la liste.

b) Fréquence d'une donnée statistique.

Définition

La fréquence d'une donnée est le **pourcentage** de l'effectif de la donnée par rapport à l'effectif total.

Couleur	rouge	bleu	vert	noir	total
Nombre d'élèves (effectif)	5	8	10	2	25
Fréquence (fraction)	$\frac{5}{25}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{10}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{25}{25} = 1$
Fréquence (décimal)	0,2	0,32	0,4	0,08	1
Fréquence (%)	20%	32%	40%	8%	100%

Remarque :

La somme des fréquences est égale à ...1... 100%.

Une fréquence est un nombre compris entre ...0... et ...1... (valeur décimale) ou 0 et 100% (valeur en %).

II. Gestion de données.

a) Regroupement par classe.



Exemple :

Les professeurs d'EPS désirent organiser un tournoi de rugby avec 50 élèves. Pour pouvoir acheter des maillots, ils relèvent la taille (en cm) de chaque futur participant : Voici la série de données brutes obtenues :

123; 135; 120; 145; 120; 160; 170; 140; 150; 120; 135; 166; 172; 125; 132; 138; 149; 147; 153; 172;
124; 162; 175; 145; 155; 140; 126; 132; 167; 172; 178; 140; 152; 155; 175; 176; 164; 177; 163; 134;
132; 148; 143; 164; 157; 130; 156; 177; 164; 152

Le nombre de caractères (les tailles) étant important, ils décident de regrouper les données en classes de même amplitude. Les tailles se répartissent de 120cm à plus de 170cm, on choisit une amplitude de 10cm

Repartition
Total 50/100

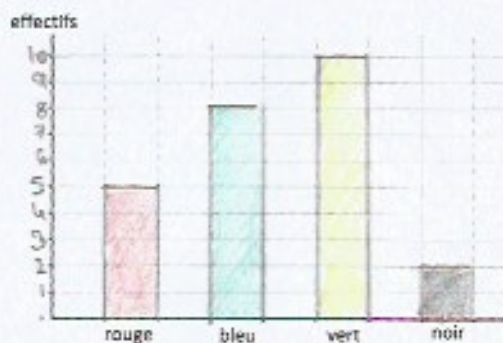
Tailles en cm	120 < taille < 130	130 < taille < 140	140 < taille < 150	150 < taille < 160	160 < taille < 170	tailles > 170	total
effectif	7	8	8	9	8	10	50
fréquences en %	14%	16%	16%	18%	16%	20%	100%

L'interprétation de ce tableau est plus aisée que la lecture des données brutes. Il faudra commander 10 maillots de taille > 170cm, 7 maillots de taille entre 160 et 170, 10 maillots de taille entre 150 et 160 etc ...

b) Représentation d'une série statistique par un diagramme.

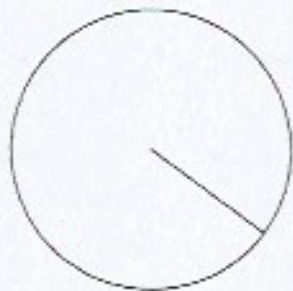
Reprenons les résultats de l'exemple 1 :

Couleur	rouge	bleu	vert	noir	total
Effectif	5	8	10	2	25
Fréquence en %	20	32	40	8	100



☺ Diagramme en bâtons.

On trace un rectangle pour chaque donnée (couleur) dont la hauteur correspond à l'effectif de celle-ci.



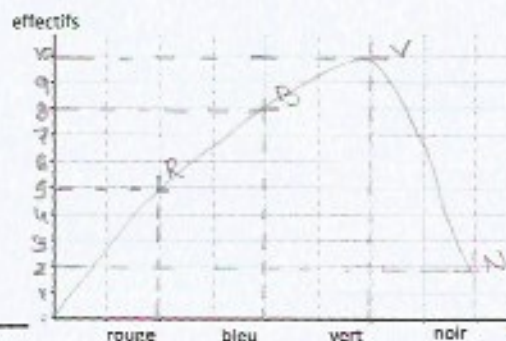
☺ Diagramme circulaire.

Pour tracer un diagramme circulaire on considère que 100% correspond à 360°. Par proportionnalité on calcule la valeur angulaire correspondant à chaque donnée (ici couleur).

$$\text{Angle} = \frac{360 \times \text{Freq}}{100}$$

☺ Courbe cartésienne.

On place un point dont l'abscisse est la donnée (couleur) et l'ordonnée est la valeur de l'effectif.
Exemple le point R = (rouge; 5)



III. Moyenne d'une série statistique

Definition

La moyenne d'une série statistique est le quotient de la somme de toutes les valeurs de cette série par l'effectif total.

Savoir-faire

Vincent a eu 3 notes en maths ce trimestre : 12 ; 17 et 08. Quelle est sa moyenne ?

$$12 + 17 + 08 = 37$$

$$37 \div 3 = 12,33$$

Sa moyenne est de 12,33.

Savoir-faire

Dans ce tableau, on a reporté la taille des élèves d'une classe de 4ème.

Tailles en cm	[150;155[[155;160[[160;165[[165;170[[170;175[[175;180[[185;190[
Nombre d'élèves	2	1	3	6	7	4	1

Calculer la taille moyenne des élèves de cette classe.

$$152,5 \times 2 + 157,5 \times 1 + 162,5 \times 3 + 167,5 \times 6 + 172,5 \times 7 + 177,5 \times 4 + 182,5 \times 1$$

$$305 + 157,5 + 487,5 + 1005 + 1237,5 + 710 + 730 = 4068 ; 4068 \div 24 = 169,5$$

Pour calculer une moyenne avec des séries en classe on utilise le centre de chaque classe pour faire le calcul. On obtient une valeur approchée de la moyenne.

Savoir-faire

Dans cette classe, le professeur de mathématiques applique des coefficients aux différentes notes selon le « poids » que doit avoir cette note dans la moyenne du trimestre.

© Les interrogations écrites : coefficient 2

Romain a eu en interrogation écrite 14, 15 et 3, en

© Les devoirs à la maison : coefficient 1

devoir à la maison 10 et 13 et en devoir surveillé 13.

© Les devoirs surveillés : coefficient 4.

Calculer la moyenne de Romain au contrôle continu de ce trimestre

Lorsque l'on pondère une moyenne avec des coefficients, on multiplie chaque note par son coefficient, puis on divise par la somme de tous les coefficients.

$$\text{Moyenne} : (14 \times 2 + 15 \times 2 + 10 + 3 + 4 \times 13) \div 12$$

Savoir-faire

Voici les notes d'un élève

- 17 pour un devoir maison coeff. 1

Son dernier devoir du trimestre est coeff. 5.

- 11 et 10 pour des devoirs surveillés coeff 3.

Quelle note doit-il avoir pour obtenir une moyenne de 15 ?

Soit x la note cherchée.

$$17 \times 1 + 11 \times 3 + 10 \times 3 + 5x = 15$$

$$\frac{80 + 5x}{12} = 15$$

$$80 + 5x = 180$$

$$5x = 100$$

$$x = \frac{100}{5} = 20$$

IV. Médiane d'une série statistique.

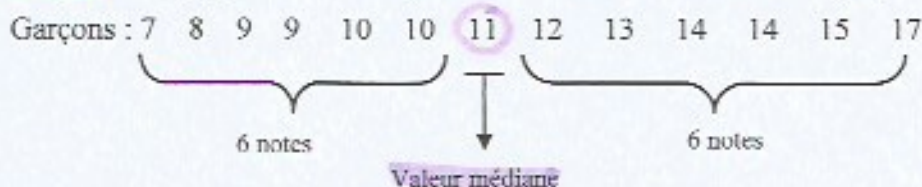
Définition

La **médiane** d'une série statistique partage cette série en deux groupes de même effectif :

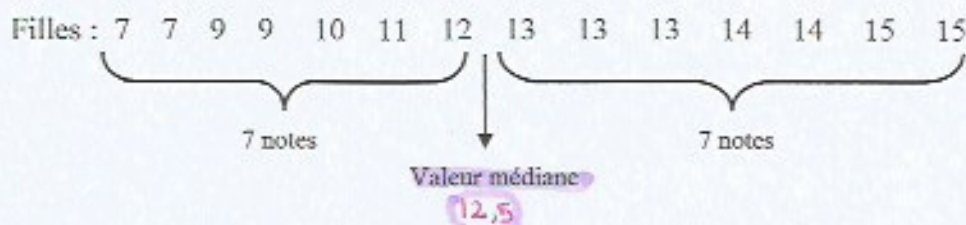
les valeurs inférieures ou égales à la valeur médiane.

les valeurs supérieures ou égales à la valeur médiane.

Exemple : Un professeur a classé par ordre croissant les notes des 13 garçons et des 14 filles d'une classe.



Si l'effectif total est 13, c'est un nombre impair. La médiane est la $(13/2 = 6,5)$ 7^e note dans l'ordre croissant.
Me = 11.



Si l'effectif total est pair (14) : $\frac{14}{2} = 7$. La médiane est la moyenne entre la 7^e et la 8^e note dans l'ordre croissant.
Me = $\frac{12+13}{2} = 12,5$.

Savoir-faire

Voici les notes d'une classe de troisièmes à un contrôle de maths :

Notes des élèves	2	6	8	9	10	11	12	14	16
Nombre d'élèves	1	3	3	7	6	5	3	2	1

Détermine la note médiane, interprète ton résultat.

Si l'effectif total est 31, c'est un nombre impair : $\frac{31}{2} = 15,5$. Donc la médiane sera la 16^e note dans l'ordre croissant.

50% des élèves ont une note inférieure ou égale à 10.
50% des élèves ont une note supérieure ou égale à 10.

Savoir-faire

Il faut mettre la valeur dans l'ordre croissant avant de faire la médiane.

V. Étendue d'une série statistique.

Définition

L'**étendue** d'une série statistique est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite.

Voici les notes des élèves de la classe au dernier examen :

$$20 - 1 = 19$$

Si l'étendue est 19.