IV. Fonctions affines :

a) Définition.

Définition

On appelle ……………………………… une fonction dont l'expression est de la forme ………………………………
m s'appelle ……………………………………………… et p s'appelle ………………………………………………

☺ **Exemples :**

☺La fonction f qui a pour expression $f(x) = 3x + 2$ ………………………………………………
Le coefficient directeur est $m =$ ………… et l'ordonnée à l'origine est $p =$ …………

☺La fonction g qui a pour expression $g(x)=\frac{-5x-7}{2}$………………………………………………
Le coefficient directeur est $m =$ ………… et l'ordonnée à l'origine est $p =$ …………

☺La fonction h qui a pour expression $h(x) =$ …………………… n'est pas une fonction affine.

☺La fonction k qui a pour expression $k(x) = - x$ ………………………………………………
Le coefficient directeur est $m =$ ………… et l'ordonnée à l'origine est $p =$ …………

b) Représentation graphique.

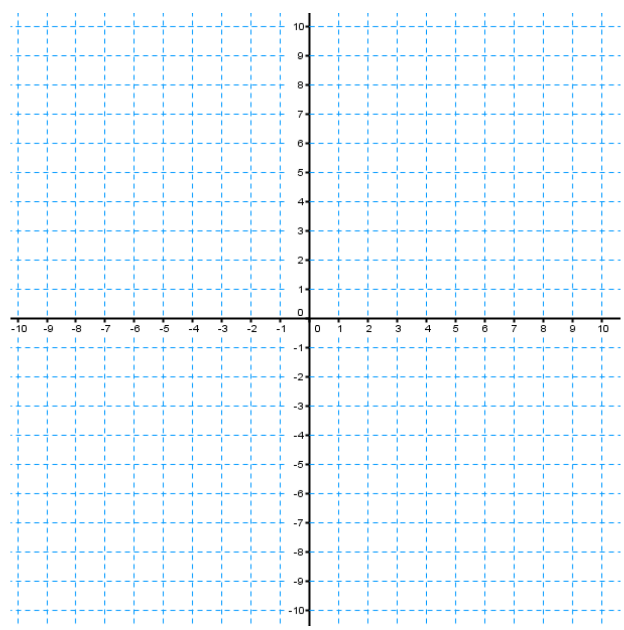
☺ **Exemple :** On considère la fonction f qui a comme expression $f(x) = 2x – 1$. Complète le tableau de valeurs.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$f(x) = 2x-1$									

On considère la fonction g qui a comme expression $g(x) = - x + 3$. Complète le tableau de valeurs.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x) = - x + 3$									

Place les points obtenus dans le repère ci-contre. En vert ceux de la courbe représentative de f, en rouge ceux de la courbe représentative de g.



On remarque que :
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………

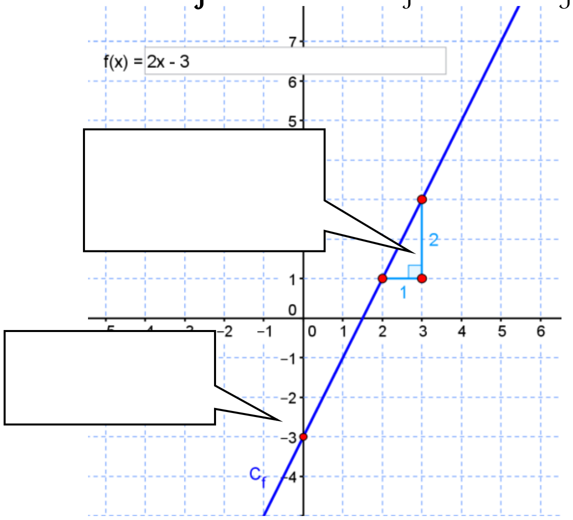
Propriété (admise)

La représentation graphique d'une ………………………………
……………………………… est une droite.

Application : Construire la courbe représentative de la fonction h qui a pour expression $h(x) = 3x - 5$.
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Remarque : On peut vérifier que la représentation graphique d'une fonction affine est correcte.

☺ **Exemple :** Voici la représentation graphique de la fonction f qui a pour expression $f(x) = 2x - 3$.



La fonction f est une fonction ………………… Son coefficient directeur est m = ….. et son ordonnée à l'origine est p = …….

☺ $f(0)$ =………=…….. Donc le point de coordonnées (0 ;) appartient à la représentation graphique de f.

☺ $f(1) - f(0)$ = ……………………=……..

$f(2) - f(1)$ = ……………………=……..

$f(3) - f(2)$ = ……………………=……..

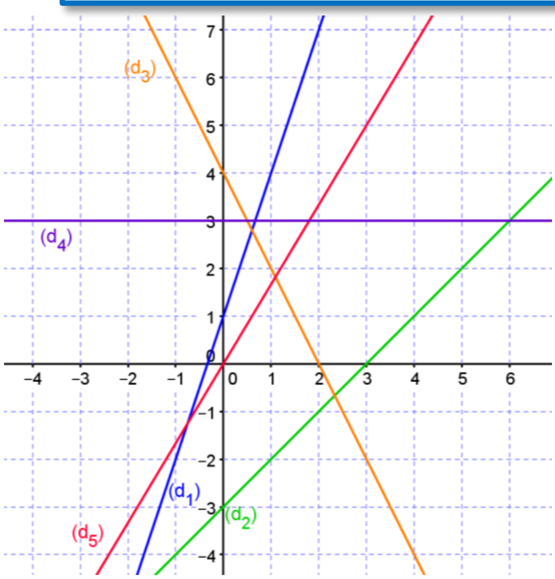
Pour tout nombre a :

$f(a+1) - f(a)$ = ………………………=……………………=……..

On peut lire le coefficient directeur sur la représentation graphique.

Savoir-faire

Retrouve les expressions des fonctions affines qui ont été représentées graphiquement ci-dessous.



☺ La droite (d1) représente la fonction affine f_1 qui a pour expression $f_1(x)$ = ……………………

☺ La droite (d2) représente la fonction affine f_2 qui a pour expression $f_2(x)$ = ……………………

☺ La droite (d3) représente la fonction affine f_3 qui a pour expression $f_3(x)$ = ……………………

☺ La droite (d4) représente la fonction affine f_4 qui a pour expression $f_4(x)$ = ……………………

☺ La droite (d5) représente la fonction affine f_5 qui a pour expression $f_5(x)$ = ……………………

……………………………………………………………………………………

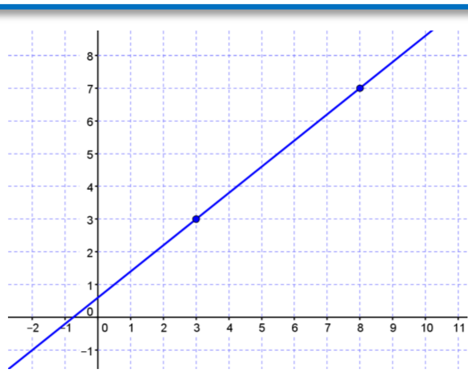
……………………………………………………………………………………

Propriété

Soit f une fonction affine d'expression $f(x) = m\,x + p$ alors pour tout nombre a et b (…………..) On a : $m = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Savoir-faire

Détermine par lecture graphique le coefficient directeur de la fonction affine représentée ci-dessous.



……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Savoir-faire

Soit *f* une fonction affine telle que l'image de 3 soit -5 et que -4 soit un antécédent de 9.
Retrouve l'expression de la fonction *f*.

La fonction *f* est une fonction affine donc son expression est de la forme ………………………………

On a ……………………………… et ……………………………… donc m = ……………………………………………………………………………………………

De plus ……

………

………

Remarque : Toute droite non parallèle à l'axe des ……………………………… est la représentation graphique d'une ………………………………………………

c) Fonctions linéaires.

Définition

On appelle ………………………………………………… une fonction dont l'expression est de la forme ……………………………………………

Propriété

Une fonction linéaire est une ……

………

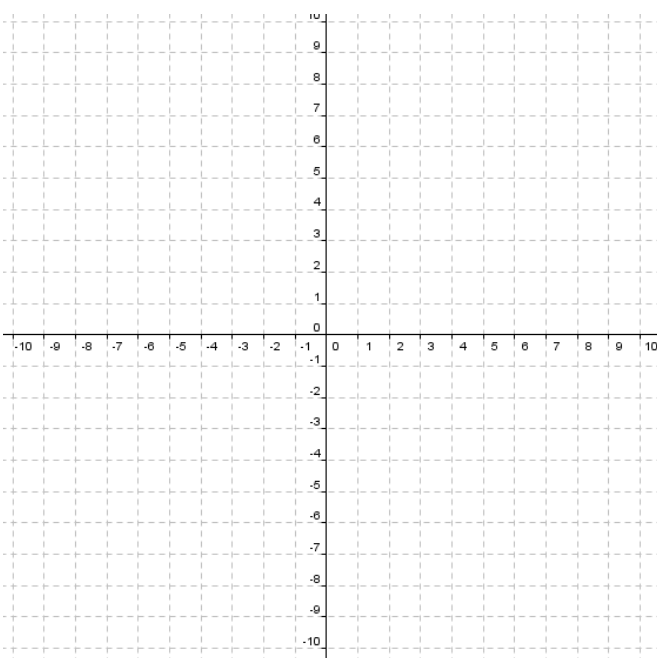
IV. Exercices type brevet :

Brevet

f et *g* sont deux fonctions affines définies par : $f(x) = 2x + 2$ et $g(x) = -3x + 1$.

1) Dans le repère ci-dessous, tracer les représentations graphiques de *f* et *g*.

2) Résoudre l'équation (E) : $2x + 2 = -3x + 1$. Que représente la solution de cette équation ?



……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Brevet

Un vidéoclub propose différents tarifs pour l'emprunt de DVD.

– **Tarif A :** 4 € par DVD emprunté.

– **Tarif B :** 2,50 € par DVD emprunté, après avoir payé un abonnement de 18 €.

– **Tarif C :** abonnement de 70 € pour un nombre illimité de DVD.

1. Compléter le tableau suivant indiquant le prix à payer pour 5 ou 15 ou 25 DVD, aux tarifs A, B ou C.

	5 DVD	15 DVD	25 DVD
Coût au tarif A			
Coût au tarif B			
Coût au tarif C			

2. On note x le nombre de DVD empruntés. On admet que les trois tarifs peuvent être exprimés à l'aide des fonctions définies par les expressions suivantes : $f(x) = 2{,}5x + 18$; $g(x) = 70$; $h(x) = 4x$

a) Associer à chaque tarif la fonction qui lui correspond.

b) Avec le tarif B, Zoé a payé 48€. Combien a-t-elle prit de DVD ?

3. Tracer dans un même repère les représentations graphiques de ces trois fonctions.

On prendra en abscisse 1 carreau pour 2 DVD et en ordonnée 1 carreau pour 5 €.

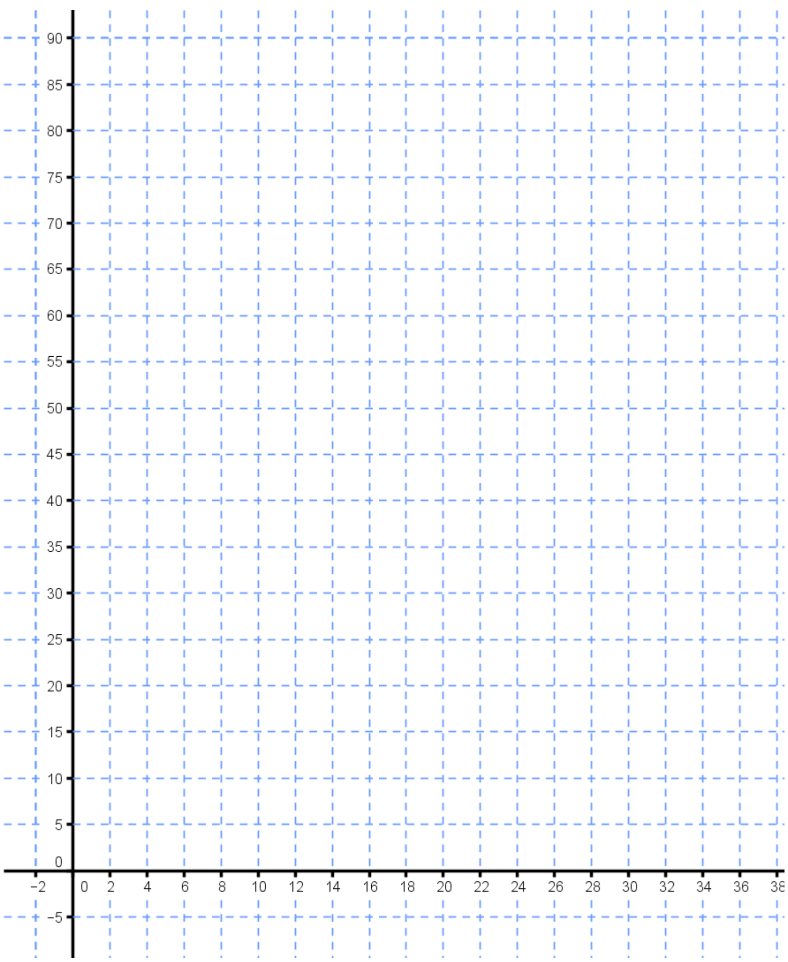
4. **a)** Résoudre l'équation : $4x = 2{,}5x + 18$. Interpréter le résultat.

b) Mettre en évidence comment trouver la solution de cette équation sur le graphique en utilisant des pointillés.

5. **a)** Résoudre graphiquement l'inéquation : $70 > 2{,}5x + 18$, en laissant apparents les traits de construction.

b) Retrouver ensuite le résultat par le calcul.

6. Synthèse : donner le tarif le plus intéressant selon le nombre de DVD empruntés.

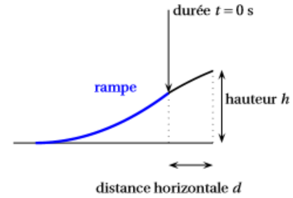


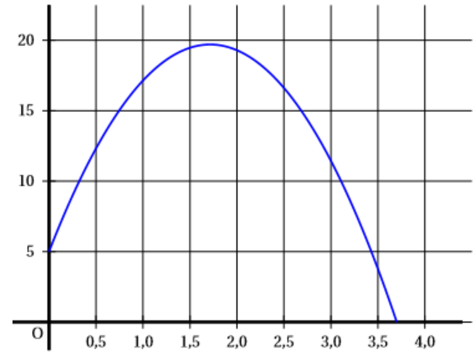
Brevet

Lors d'une course en moto-cross, après avoir franchi une rampe, Gaëtan a effectué un saut record en moto. Le saut commence dès que Gaëtan quitte la rampe.

On note t la durée (en secondes) de ce saut. La hauteur (en mètres) est déterminée en fonction de la durée t par la fonction h suivante :

$h : t \to (-5t - 1{,}35)(t - 3{,}7)$.





Voici la courbe représentative de cette fonction h.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifie en utilisant soit le graphique soit des calculs.

***1.** En développant et en réduisant l'expression de h on obtient*

$h(t) = -5t^2 - 19{,}85t - 4{,}995$.

2. Lorsqu'il quitte la rampe, Gaëtan est à 3,8 m de hauteur.

3. Le saut de Gaëtan dure moins de 4 secondes.

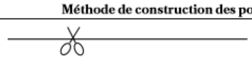
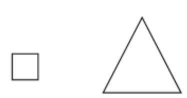
4. Le nombre 3,5 est un antécédent du nombre 3,77 par la fonction h.

5. Gaetan a obtenu la hauteur maximale avant 1,5 seconde.

Brevet

Avec des ficelles de 20 cm, on construit des polygones comme ci-dessous :

Méthode de construction des polygones

Étape 1		On coupe la ficelle de 20 cm en deux morceaux.
Étape 2	morceau n° 1 morceau n° 2	On sépare les deux morceaux.
Étape 3		• Avec le « morceau n° 1 », on construit un carré. • Avec le « morceau n° 2 », on construit un triangle équilatéral.

Partie 1 :

Dans cette partie, on découpe à l'étape 1 une ficelle pour que le « morceau n° 1 » mesure 8 cm.

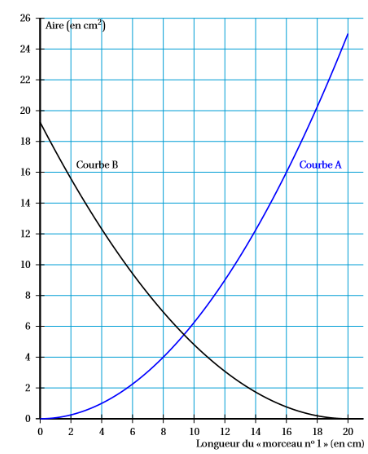
1. Dessiner en grandeur réelle les deux polygones obtenus.
2. Calculer l'aire du carré obtenu.
3. Estimer l'aire du triangle équilatéral obtenu en mesurant sur le dessin.

Partie 2 :

Dans cette partie, on cherche maintenant à étudier l'aire des deux polygones obtenus à l'étape 3 en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

1. Proposer une formule qui permet de calculer l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».
2. Sur le graphique ci-dessous :
   - la courbe A représente la fonction qui donne l'aire du carré en fonction de la longueur du « morceau n° 1 » ;
   - la courbe B représente la fonction qui donne l'aire du triangle équilatéral en fonction de la longueur du « morceau n° 1 ».

   Graphique représentant les aires des polygones en fonction de la longueur du « morceau n° 1 »



En utilisant ce graphique, répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est attendue.

a. Quelle est la longueur du « morceau n° 1 » qui permet d'obtenir un triangle équilatéral d'aire 14 cm^2 ?

b. Quelle est la longueur du « morceau n° 1 » qui permet d'obtenir deux polygones d'aires égales ?