

# Arithmétique.

## I. La division euclidienne.

### a) Introduction.

20 pirates découvrent un trésor composé de 238 pièces d'or. Ils décident de les partager équitablement.

- Si ils en prennent 5 chacun, il en reste 138  $238 = 20 \times 5 + 138$
- Si ils en prennent 10 chacun, il en reste 38  $238 = 20 \times 10 + 38$
- Si ils en prennent 11 chacun, il en reste 18  $238 = 20 \times 11 + 18$
- Si ils en prennent 12 chacun, *P.m' y en aura pas assez*

Le maximum de pièces qu'ils peuvent prendre chacun est 11 pièces, car dans ce cas, le reste 18 est plus petit que le nombre de pirates. On dit que l'égalité  $238 = 20 \times 11 + 18$  est la division euclidienne de 238 par 20, car le quotient est le plus grand possible, ou car le reste est plus petit que le quotient.

### b) Définition.

#### Définition

Effectuer la division euclidienne de deux nombres entiers  $D$  et  $d$ , c'est trouver deux nombres entiers un quotient  $Q$  et un reste  $R$  qui vérifient l'égalité  $D = d \times Q + R$  avec  $r < d$ .

#### Traduction mathématique

$$D = d \times q + r \text{ avec } r < d$$

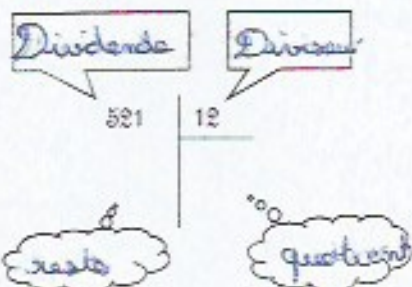
Dire  $d \leq r < d$

Previent à dire  $q$  est le plus grand possible.

## II. Technique de la division euclidienne.

Il est parfois plus rapide de poser une division euclidienne plutôt que de chercher la bonne égalité.

**Exemple :** trouvez le quotient et le reste dans la division euclidienne de 521 par 12.



**Étape n°1 :** On cherche le nombre de chiffres du quotient

⊗ le plus petit nombre à 2 chiffres est 10  
 $12 \times 10 = 120 < 521$

Donc il y a au moins 2 chiffres au quotient.

⊗ le plus petit nombre à 3 chiffres est 100  
 $12 \times 100 = 1200 > 521$

Donc il y a 2 chiffres au quotient

$$\begin{array}{r} 521 \quad | \quad 12 \\ \underline{120} \phantom{00} \\ 401 \phantom{0} \\ \underline{360} \phantom{0} \\ 41 \phantom{0} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \end{array}$$

**Étape n°2 :** On cherche le chiffre des dizaines du quotient

Dans 52 dizaines il rentre au maximum 4 fois 12, et

$$4 \text{ dizaines} \times 12 = 48 \text{ dizaines} = 480 \text{ unités.}$$

$$\begin{array}{r} 521 \quad | \quad 12 \\ \underline{480} \phantom{0} \\ 41 \phantom{0} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \end{array}$$

**Étape n°3 :** On cherche le chiffre des unités du quotient

Dans 41 unités il rentre 3 fois 12, et 3 unités  $\times 12 = 36$  unités.

On vérifie que le diviseur est bien plus grand que le reste.

$$\begin{array}{r} 521 \quad | \quad 12 \\ \underline{480} \phantom{0} \\ 41 \phantom{0} \\ \underline{36} \phantom{0} \\ 5 \phantom{0} \end{array}$$

Une division euclidienne est une égalité, donc on pense à l'écrire  $521 = 12 \times 43 + 5$ .

### III. Divisibilité.

#### a) Définition.

##### Définition

Lorsque dans la division euclidienne d'un nombre  $a$  par un nombre  $b$  le reste est égal à zéro. On dit alors que le nombre  $b$  divise le nombre  $a$ . On dit aussi que  $b$  est un diviseur de  $a$  ou que  $a$  est un multiple de  $b$ .

Remarque : l'égalité de la division euclidienne est alors  $a = q \times b$ .

Exemple :  $12 = 4 \times 3$  ;  $12 = 6 \times 2$  ;  $12 = 12 \times 1$

Tous les diviseurs de 12 sont : 1, 2, 3, 4, 6, 12

Tous les multiples de 12 sont : 12, 24, 36, etc.

#### b) Critères de divisibilité.

Un nombre est divisible par 2 lorsque il est pair (son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6, 8)

Un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3

Un nombre est divisible par 4 lorsque ses deux derniers chiffres forment un nombre multiple de 4

Un nombre est divisible par 5 lorsque il termine par 0 ou 5

Un nombre est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9

Un nombre est divisible par 10 lorsque son chiffre des unités est 0

Exemples : 2157 est un multiple de 3 car  $2+1+5+7=15$

21573 est un multiple de 9 car  $2+1+5+7+3=18$

2036 est un multiple de 4 car 36 est multiple de 4

### IV. Nombres premiers.

Liste des diviseurs de 24 : .....

Liste des diviseurs de 17 : .....

17 n'a que ..... diviseurs, ..... et ....., on dit que c'est un nombre .....

##### Définition

On appelle nombre ..... un nombre qui n'a que ..... diviseurs, .....

Exemples: .....

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les nombres premiers plus petits que 100 :  
le crible d'Ératosthène